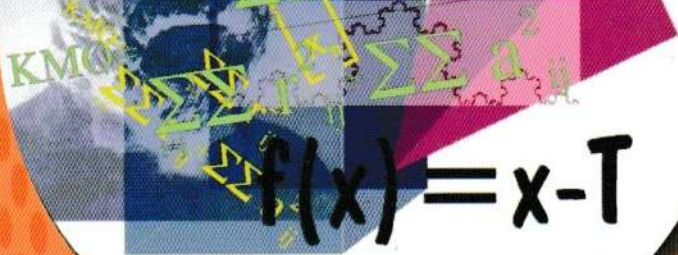


G
E
B
R
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

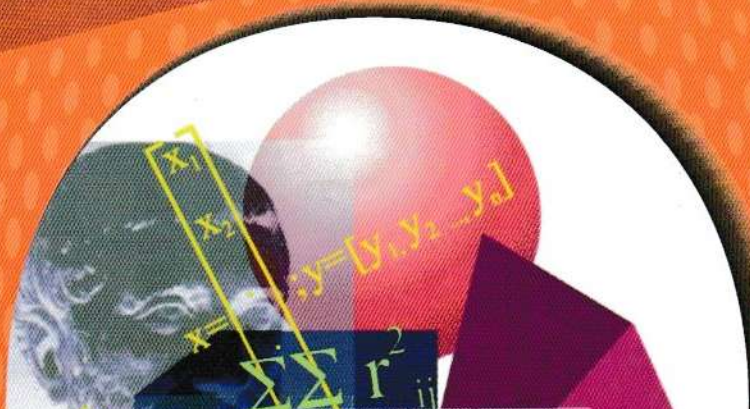
FONDO EDITORIAL
ARODO

14

Sistema de Ecuaciones

Teoría y Práctica

A
L



14

Sistema de Ecuaciones

Teoría y Práctica

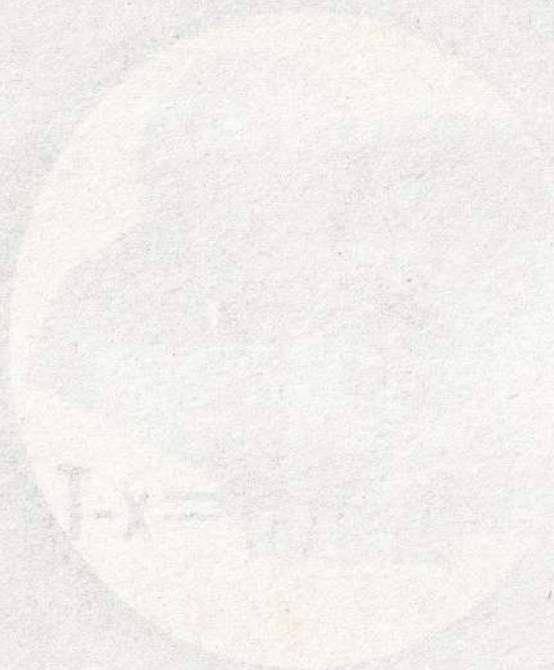
A
L
G
E
B
R
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Juan Carlos Ramos Leyva

FONDO EDITORIAL
ARODON



PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo conformado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2015, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE ÁLGEBRA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

SISTEMA DE ECUACIONES



ÁLGEBRA-TEMA SELECTO 14, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Agosto 2015 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2015 - 12436

EQUIPO PEDAGÓGICO

Juan Carlos Ramos Leyva

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

Luz Victoria Carlos Herrera

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ - PRINTED IN PERU

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

SISTEMAS DE ECUACIONES**DEFINICIÓN**

Es un conjunto formado por dos o más ecuaciones que se verifican simultáneamente para un mismo conjunto de valores atribuidos a sus letras o incógnitas, veamos algunos ejemplos:

$$\bullet \quad \begin{cases} 2x + y = 7 & \dots\dots\dots (1) \\ x - y = 2 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Se verifica cuando: $x = 3 \wedge y = 1$

$$\bullet \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 29 & \dots\dots\dots (1) \\ xy = 10 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

Se verifica cuando: $x = 5 \wedge y = 2$

$$x = 2 \wedge y = 5$$

$$x = -2 \wedge y = -5$$

$$x = -5 \wedge y = -2$$

SOLUCIÓN DE UN SISTEMA

Son los valores que asumen las incógnitas del sistema, éstas se dan en forma de pares ordenados, ternas ordenadas, etc.

- Si el sistema presenta dos incógnitas cada solución será de la forma $(x; y)$
- Si el sistema presenta tres incógnitas, cada solución será de la forma $(x; y; z)$

CONJUNTO SOLUCIÓN DE UN SISTEMA

Es el conjunto cuyos elementos son todas las soluciones que presenta el sistema en caso no tenga solución diremos que su conjunto solución es el conjunto vacío. Veamos un ejemplo:

$$\bullet \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 & \dots\dots\dots (1) \\ xy = 6 & \dots\dots\dots (2) \end{cases}$$

$$C.S = \{(3;2), (2;3), (-3;-2), (-2;-3)\}$$

PROPIEDAD

El número de soluciones que tiene un sistema se obtiene al multiplicar entre si, todos los grados de las ecuaciones que forman el sistema.

- Por ejemplo, para el sistema anterior: $N^{\circ} \text{ de sol.} = (2)(2) = 4$

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS SEGÚN SU POSIBILIDAD DE SOLUCIÓN**SISTEMAS COMPATIBLES:**

Son aquellos sistemas que admiten solución, se subdividen en:

- 1) **Determinadas:** Si presentan una cantidad limitada de soluciones.
- 2) **Indeterminadas:** Si presentan infinitas soluciones.

SISTEMAS INCOMPATIBLES:

Son aquellos sistemas que no admiten solución.

CLASIFICACIÓN DE LOS SISTEMAS SEGÚN EL GRADO DE LAS ECUACIONES**SISTEMAS LINEALES:**

Son aquellos sistemas donde todas las ecuaciones son de primer grado, veamos algunos ejemplos:

$$\bullet \quad \begin{cases} x + 5y = 4 \dots\dots\dots(1) \\ 2x - y = 1 \dots\dots\dots(2) \end{cases} ; \quad \begin{cases} x - y + z = 4 \dots\dots\dots(1) \\ x + y + z = 5 \dots\dots\dots(2) \\ 2x - y - z = 1 \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

SISTEMAS NO LINEALES:

Son aquellos sistemas donde al menos una ecuación no es de primer grado, veamos algunos ejemplos:

$$\bullet \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \dots\dots\dots(1) \\ x + y = 10 \dots\dots\dots(2) \end{cases} ; \quad \begin{cases} x + y - xy = 10 \dots\dots\dots(1) \\ x - y = 4 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

SISTEMAS LINEALES**FORMA GENERAL**

Consideremos un sistema lineal de "m" ecuaciones con "n" incógnitas:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots\dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots\dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots\dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Donde: $x_1; x_2; x_3; \dots\dots\dots \wedge x_n$ son las Incógnitas

Siendo el conjunto solución de la forma:

$$C.S = \{(x_1; x_2; x_3; \dots\dots\dots; x_n)\}$$

**OBSERVACIÓN**

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales existen diversos métodos:

- Método de Sustitución
- Método Matricial
- Método de Reducción
- Método de Cramer (Determinantes)
- Método de Igualación
- Método gráfico

SISTEMA LINEAL HOMOGÉNEO

Es aquel sistema donde todos los términos independientes son nulos (ceros), veamos un ejemplo:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \dots\dots\dots(1) \\ 2x + y + z = 0 \dots\dots\dots(2) \\ x - 3y - 2z = 0 \dots\dots\dots(3) \end{cases}$$

Un sistema lineal homogéneo siempre es compatible donde una de sus soluciones es la solución trivial (cada incógnita es igual a cero). Para el ejemplo: Solución trivial = (0; 0; 0)

Asimismo el sistema lineal homogéneo en el caso que sea compatible puede tener otras soluciones, las llamadas no triviales.

RESOLUCIÓN DE UN SISTEMA LINEAL SEGÚN EL MÉTODO DE CRAMER

Dado un sistema lineal de "n" ecuaciones con "n" incógnitas

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots\dots\dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots\dots\dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_n + a_{n3}x_3 + \dots\dots\dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Consideremos:

1) Determinante del sistema (Δ_s)

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

2) Determinante de una incógnita (Δ_i)

Se obtiene a partir del determinante anterior reemplazando los elementos de la columna de coeficientes de la incógnita en referencia por los términos independientes.

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & b_1 & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & b_2 & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & b_n & \cdots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Cada incógnita del sistema se obtendrá según la relación

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_s} ; \quad \forall i = \overline{1; n}$$

Ejemplo:

Resolver

$$\begin{cases} 2x + 5y = 7 \dots\dots\dots(1) \\ 3x - 2y = 3 \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Resolución

Observar que:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (2)(-2) - (3)(5) \\ = -4 - 15 = -19$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = (7)(-2) - (3)(5) \\ = -14 - 15 = -29$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = (2)(3) - (3)(7) \\ = 6 - 21 = -15$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} \rightarrow x = \frac{29}{19} ; \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} \rightarrow y = \frac{15}{19}$$

$$\therefore \text{CS} = \left\{ \left(\frac{29}{19}, \frac{15}{19} \right) \right\}$$

TEOREMA

Dado el sistema lineal homogéneo

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = 0 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}$$

Si este admite soluciones a parte de la trivial, el determinante del sistema deberá ser nulo, es decir:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

CASO PARTICULAR

Si el sistema:

$$\begin{cases} a_1x + a_2y = m \\ b_1x + b_2y = n \\ c_1x + c_2y = p \end{cases}$$

Es compatible, entonces:

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & m \\ b_1 & b_2 & n \\ c_1 & c_2 & p \end{vmatrix} = 0$$

Ejemplo:

Si el sistema:
$$\begin{cases} mx + y = 1 \\ x + y = 2 \\ x - y = m \end{cases}$$

Es compatible, entonces:

$$\begin{vmatrix} m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & m \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante se tiene:

$$\begin{aligned} m^2 + m &= 0 \\ m(m + 1) &= 0 \\ m = 0 \vee m &= -1 \end{aligned}$$

Sugerencia: Verifique que efectivamente los valores hallados cumplen la condición.

ANÁLISIS DE LAS SOLUCIONES DE UN SISTEMA LINEAL

Dado el sistema:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \vdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + a_{n3}x_3 + \dots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Donde la solución se obtiene a partir de: $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta_s}$, luego:

- 1) El sistema tiene solución única si y sólo si: $\Delta_s \neq 0$
- 2) El sistema tiene infinitas soluciones si y sólo si: $\Delta_i = 0 \wedge \Delta_s = 0$
- 3) El sistema no tiene solución si siendo $\Delta_s = 0$ existe algún $\Delta_i \neq 0$

PROPIEDAD

Un caso particular de lo visto anteriormente se presenta en el sistema lineal de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{cases} ax + by = c & \dots\dots (1) \\ a_1x + b_1y = c_1 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

- 1) El sistema será compatible determinado, es decir tendrá solución única si se verifica:

$$\frac{a}{a_1} \neq \frac{b}{b_1}$$

- 2) El sistema será compatible indeterminado, es decir tendrá infinitas soluciones si se verifica:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

- 3) El sistema será incompatible, es decir no tendrá solución si se verifica:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \neq \frac{c}{c_1}$$

SISTEMAS NO LINEALES**CRITERIOS DE RESOLUCIÓN**

- 1) Si el sistema está conformado por ecuaciones de diferentes grados se deberá encontrar una nueva ecuación en función de una sola incógnita, para a partir de esta determinar las soluciones del sistema, veamos un ejemplo:

Resolver:

$$\begin{cases} x + y = 7 & \dots\dots\dots(1) \\ xy = 10 & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

de la ecuación (1): $x = 7 - y$

reemplazando en (2): $(7 - y)y = 10$

efectuando tenemos: $y^2 - 7y + 10 = 0$

$$(y - 5)(y - 2) = 0$$

de donde obtenemos $y = 5 \vee y = 2$

Si $y = 5$ en (2): $x = 2 \Rightarrow \text{sol} = (2; 5)$

Si $y = 2$ en (2): $x = 5 \Rightarrow \text{sol} = (5; 2)$

$$\therefore \text{CS} = \{(2; 5), (5; 2)\}$$

- 2) Si el sistema está conformado por ecuaciones cuya parte literal es homogéneo (de igual grado), se recomienda realizar la siguiente sustitución: $y = kx$, donde el parámetro "k" se determinará por eliminación de las incógnitas $x \wedge y$.

Una vez encontrado el valor de "k" fácilmente se obtendrá el valor de cada incógnita del sistema, veamos un ejemplo:

Resolver:

$$\begin{cases} x^2 + 3xy + 3y^2 = 21 & \dots\dots\dots(1) \\ x^2 + xy + 3y^2 = 15 & \dots\dots\dots(2) \end{cases}$$

Hagamos: $x = ky$

Reemplazando en (1): $y^2(k^2 + 3k + 3) = 21$

Reemplazando en (2): $y^2(k^2 + k + 3) = 15$

Dividiendo m . a . m: $\frac{k^2 + 3k + 3}{k^2 + k + 3} = \frac{7}{5}$

De donde obtenemos $k^2 - 4k + 3 = 0$
 $k = 3 \vee k = 1$

Como: $x = ky \rightarrow x = 3y \vee x = y$

En (1) con $x = 3y$: $9y^2 + 9y^2 + 3y^2 = 21$
 $21y^2 = 21$
 $y^2 = 1$
 $y = 1 \vee y = -1$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $x = 3 \vee x = -3$

Soluciones: $(3; 1)$ y $(-3; -1)$

En (1) con $x = y$: $y^2 + 3y^2 + 3y^2 = 21$
 $7y^2 = 21$
 $y^2 = 3$
 $y = \sqrt{3} \vee y = -\sqrt{3}$
 $\downarrow \quad \downarrow$
 $x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$

Soluciones: $(\sqrt{3}; \sqrt{3})$ y $(-\sqrt{3}; -\sqrt{3})$

$$\therefore \text{CS} = \{(3; 1), (-3; -1), (\sqrt{3}; \sqrt{3}), (-\sqrt{3}; -\sqrt{3})\}$$

PROBLEMAS RESUELTOS

1. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} & \dots\dots(I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{x} - \frac{5}{y} = \frac{11}{6} & \dots\dots(II) \end{cases}$$

- A) $\{(2; 3)\}$ B) $\{(3; 2)\}$ C) $\{(-2; 3)\}$
 D) $\{(2; 1)\}$ E) $\{(-2; -3)\}$

2. Resolver:

$$\begin{cases} \frac{x+y}{x-y} = \frac{a}{b-c} & \dots\dots(I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x+c}{y+b} = \frac{a+b}{a+c} & \dots\dots(II) \end{cases}$$

- A) $\{(a+c-b; a+b-c)\}$
 B) $\{(a+b-c; a+c-b)\}$
 C) $\{(a+b-c; a+b-c)\}$
 D) $\{(a-b-c; a-b+c)\}$
 E) $\left\{ \left(abc; \frac{1}{abc} \right) \right\}$

3. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} 5x + 4y = \frac{xy}{6} & \dots\dots(I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2z = \frac{xz}{8} & \dots\dots(II) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y + 5z = \frac{yz}{6} & \dots\dots(III) \end{cases}$$

Para luego indicar el valor de y:

- A) 48 B) 80 C) 60
 D) 36 E) 120

4. Encontrar el valor de "x" del sistema:

$$\begin{cases} \frac{m}{x-a} + \frac{n}{y-b} = \frac{m-n}{b-a} & \dots\dots(I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{r}{x-a} - \frac{s}{y-b} = \frac{r+s}{b-a} & \dots\dots(II) \end{cases}$$

- A) b B) a C) ab
 D) a-b E) a+b

5. Calcular:
- $x-y+z-w$
- del sistema:

$$\begin{cases} x+y+z=15 & \dots\dots(I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y+w=16 & \dots\dots(II) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+z+w=18 & \dots\dots(III) \end{cases}$$

$$\begin{cases} y+z+w=20 & \dots\dots(IV) \end{cases}$$

- A) 3 B) 6 C) -6
 D) -3 E) 12

6. Calcular el valor de
- z^2
- a partir del sistema:

$$\begin{cases} xy + x + y = 23 & \dots\dots(I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} xz + x + z = 41 & \dots\dots(II) \end{cases}$$

$$\begin{cases} yz + y + z = 27 & \dots\dots(III) \end{cases}$$

- A) 4 B) 36 C) 16
 D) 25 E) 49

7. Resolver el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = 8 & \dots\dots(I) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x - 2y + z = 9 & \dots\dots(II) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - y + 2z = 9 & \dots\dots(III) \end{cases}$$

- A) $\{(3; 1; 4)\}$ B) $\{(2; 4; 3)\}$
 C) $\{(1; 2; 3)\}$
 D) $\{(3; 4; 2)\}$ E) $\{(2; 5; 4)\}$

8. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x - 2y = -13 & \dots\dots (I) \\ 2z + 3y = 19 & \dots\dots (II) \\ 3x - z + 4y = 9 & \dots\dots (III) \end{cases}$$

Indicar el valor de: $x + y + z$

- A) 4 B) 2 C) 6
D) 1 E) 8

9. Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{3}{y+1} = \frac{5}{4} & \dots\dots (I) \\ \frac{4}{x} - \frac{7}{y+1} = \frac{1}{4} & \dots\dots (II) \end{cases}$$

Se obtiene:

- A) $x=1; y=2$ B) $x=2; y=1$
C) $x=1; y=3$
D) $x=3; y=2$ E) $x=2; y=3$

10. Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + ay + a^2z + a^3 = 0 & \dots\dots (I) \\ x + by + b^2z + b^3 = 0 & \dots\dots (II) \\ x + cy + c^2z + c^3 = 0 & \dots\dots (III) \end{cases}$$

El valor de "y" es igual a:

- A) $-abc$ B) $a+b+c$
C) abc
D) $a(a+b+c)$ E) $ab+bc+ac$

11. Determinar el valor de "m" para que el sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2my = n + 2 \\ 5x + 2(m+2)y = 30 \end{cases}$$

Sea indeterminado.

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

12. ¿Qué condición debe cumplir "a" para que el sistema:

$$\begin{cases} 3ax + 7y = 1 \\ 2ax + 5y = 2 \end{cases}$$

Sea compatible determinado?

- A) $a > 0$ B) $a < 0$ C) $a = 2$
D) $a \neq 0$ E) $a \neq 7$

13. ¿Para qué valor de λ el sistema siguiente:

$$\begin{cases} \lambda x + y = 0 \\ \lambda y + z = 1 \\ \lambda z + x = \lambda \end{cases}$$

Admite infinitas soluciones?

- A) 1 B) 0 C) 2
D) -1 E) -2

14. Sea "m" un entero tal que el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 & \dots\dots (I) \\ mx - y = 37 & \dots\dots (II) \\ 3x + 8y = m & \dots\dots (III) \end{cases}$$

Sea compatible si : $(x_0; y_0)$ es la solución de dicho sistema.

Hallar el valor de: $E = m - (x_0 + y_0)$

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 30 E) 4

15. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{3}{3x-2y+3} + \frac{5}{x+4y-7} = -\frac{4}{21} \dots (I) \\ \frac{7}{3x-2y+3} + \frac{3}{x+4y-7} = \frac{8}{15} \dots (II) \end{cases}$$

Indicar el valor de: $x-y$

- A) 1 B) -1 C) 7
D) -7 E) 14
16. Determinar el valor de "k" para que el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 0 \dots\dots (I) \\ x - y + z = 0 \dots\dots (II) \\ 3x + ky + z = 0 \dots\dots (III) \end{cases}$$

Sea indeterminado

- A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9
17. Calcular el valor de: x, y, z , del sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -3 \dots\dots (I) \\ 2x - 4y + z = 9 \dots\dots (II) \\ 5x + 2y + 3z = 9 \dots\dots (III) \end{cases}$$

- A) -5 B) 1 C) 2
D) -2 E) -1
18. Resolver:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} \dots (I) \\ mx + ny + pz = 3 \dots (II) \end{cases}$$

Para luego indicar el valor de: y

$$\begin{aligned} A) \frac{b}{ma + mb + pc} & \quad B) \frac{2b}{m + a + b} \\ C) \frac{3b}{mn + abc} & \\ D) \frac{3b}{ma + nb + pc} & \quad E) \frac{b}{ma + nb + pc} \end{aligned}$$

19. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 12(x+y) = 5xy \dots\dots (I) \\ 18(y+z) = 5yz \dots\dots (II) \\ 36(x+z) = 13xz \dots\dots (III) \end{cases}$$

El valor de: $x + y - z$, es:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5
20. Halle "x" del sistema:

$$\begin{cases} (x+y)(y+1) = 24 \dots\dots (I) \\ (z+1)(x+1) = 18 \dots\dots (II) \\ (y+1)(z+1) = 12 \dots\dots (III) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

21. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + 5\sqrt[3]{z} = 39 \dots\dots (I) \\ \sqrt[3]{x} + 5\sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 31 \dots\dots (II) \\ 5\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 7 \dots\dots (III) \end{cases}$$

Calcular el valor de: $xy + z$:

- A) 118 B) 218 C) 318
D) 128 E) 228

22. Indicar el valor de "a" para: $x = 5$ en el sistema:

$$\begin{cases} (2a+1)x - (a+3)y = 1 & \dots (I) \\ (2a-1)x - (a+2)y = -1 & \dots (II) \end{cases}$$

- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

23. Del sistema:

$$\begin{cases} 4(3x+2y) = 7xy & \dots (I) \\ 6(5x+2z) = 11xz & \dots (II) \\ 12(5y+3z) = 19yz & \dots (III) \end{cases}$$

Calcular el valor de: $2x^{-1} + 3y^{-1} + 5z^{-1}$

- A) $\frac{12}{31}$ B) $\frac{6}{31}$ C) $\frac{31}{12}$
D) $\frac{31}{6}$ E) $\frac{21}{5}$

24. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x(x+2y+3z) = 80 & \dots (I) \\ 2y(x+2y+3z) = 32 & \dots (II) \\ 3z(x+2y+3z) = 144 & \dots (III) \end{cases}$$

Encontrar el valor positivo de z.

- A) 3 B) 2 C) 5
D) 7 E) 6

25. Halle el valor de "x" del sistema:

$$\begin{cases} x+y+z = 0 & \dots (I) \\ ax+by+cz = 0 & \dots (II) \\ bcx+acy+abz = 1 & \dots (III) \end{cases}$$

A) $\frac{1}{(a-b)(c-a)}$ B) $\frac{1}{(a-b)(a-c)}$

C) $\frac{1}{abc}$

D) $\frac{1}{(a+b)(a+c)}$ E) $\frac{a+b+c}{abc}$

26. Para qué valor de "n" las ecuaciones:

$$\begin{cases} nx+y = 1 & \dots (I) \\ x+y = 2 & \dots (II) \\ x-y = n & \dots (III) \end{cases}$$

forman un sistema.

- A) 1 B) -1 C) 2
D) -2 E) 3

27. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x+y = 11 & \dots (1) \\ xy = 28 & \dots (2) \end{cases}$$

A) $x = \sqrt{7}; y = 4$ B) $x = 4; y = 7$

C) $x = 2; y = 14$

D) $x = y = \sqrt{2} + 4$ E) $x = y = 1$

28. ¿Cuántas soluciones reales tiene el sistema?

$$\begin{cases} x+y = 19 \\ xy = 15 \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

29. Si (x_0, y_0) es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x+y = 3 & \dots (1) \\ xy = 2 & \dots (2) \end{cases}$$

Donde: $x_0 > y_0$; calcular: $2x_0 - 3y_0$

- A) 7 B) 2 C) 0
D) 1 E) 5

30. Si (x_0, y_0) es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x + y = 12 & \dots (I) \\ (x + 4)(y + 8) = 24 & \dots (II) \end{cases}$$

Donde $x_0 < y_0$; calcular: $x_0 - 2y_0$

- A) $\sqrt{30}$ B) $-\sqrt{30}$ C) $-6\sqrt{30}$
D) $6\sqrt{30}$ E) $3\sqrt{30}$

31. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 & \dots (I) \\ xy = 3 & \dots (II) \end{cases}$$

Para luego indicar el número de soluciones que admite

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

32. Si: (x_0, y_0) es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x^2 + 3xy + y^2 = 11 & \dots (I) \\ xy + y^2 = 3 & \dots (II) \end{cases}$$

Indicar un valor de: $x_0^2 + y_0^2$

- A) 12 B) 20 C) 5
D) 81 E) 60

33. ¿Cuántas soluciones racionales presenta el sistema:

$$\begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 3 & \dots (I) \\ 2x^2 - xy - y^2 = 5 & \dots (II) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

34. Si: (x_0, y_0) es la solución del sistema:

$$\begin{cases} (x - y)(x^2 - y^2) = 160 & \dots (I) \\ (x + y)(x^2 + y^2) = 580 & \dots (II) \end{cases}$$

Calcular el valor de: $x_0 + y_0$

- A) 10 B) 12 C) 100
D) 120 E) 1000

35. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} xy = 15 & \dots (I) \\ xz = 18 & \dots (II) \\ yz = 30 & \dots (III) \end{cases}$$

Indicar el valor de: $x - y + z$

- A) 4 B) -1 C) -2
D) -4 E) -5

36. ¿Cuántas soluciones reales presenta el sistema:

$$\begin{cases} x^5 - y^5 = 992 & \dots (I) \\ x - y = 2 & \dots (II) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

37. Si:

$$\begin{cases} xy + x = 12 & \dots (I) \\ xy + y = 15 & \dots (II) \end{cases}$$

Hallar la suma de los valores de x .

- A) -4 B) -2 C) 6
D) 2 E) -6

38. La suma de todos los valores para x y y , que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 41 \\ \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} = 901 \end{cases}$$

- A) $\frac{40}{390}$ B) $\frac{82}{390}$ C) $\frac{80}{390}$
D) $\frac{72}{390}$ E) $\frac{41}{390}$

39. Calcular: $x + y$ del sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + xy = 49 \quad \dots (I) \\ x + xy + y = -19 \quad \dots (II) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

40. Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0 \quad \dots (I) \\ x - 2y + 2 = 0 \quad \dots (II) \end{cases}$$

Se concluye:

- A) $x = 14; y = 8$
B) $x = -4; y = -1$
C) $x = \frac{52}{2}; y = \frac{21}{5}$
D) $x = 12; y = 4$
E) No tiene solución real

41. Calcular el menor valor de x que satisface el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2(x + y) = 23 \quad \dots (I) \\ x^2 + y^2 + xy = 19 \quad \dots (II) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) -7
D) -5 E) -3

42. Si x, y y z son enteros no negativos, entonces con respecto a las soluciones del sistema:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 - z^3 = 3xyz \quad \dots (I) \\ x^2 = 2(y + z) \quad \dots (II) \end{cases}$$

Se concluye que:

- A) Existen cuatro soluciones.
B) Existen tres soluciones.
C) Existen solo dos soluciones.
D) No existen soluciones enteras.
E) Existen más de cuatro soluciones.

43. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 14 \quad \dots (1) \\ xy + xz - yz = 7 \quad \dots (2) \\ x + y + z = 6 \quad \dots (3) \end{cases}$$

Calcular: $x - y + z$

- A) -2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 1

44. Sea $(x_0; y_0)$ la solución de componentes positivas del sistema:

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{25}{12} \quad \dots (1) \\ x^2 - y^2 = 7 \quad \dots (2) \end{cases}$$

Calcular: $2x_0 + 3y_0$

- A) 15 B) 17 C) 18
D) 19 E) 12

45. Calcular
- $x - 2y + z$
- del sistema:

$$\begin{cases} x^2 + xy + xz = 18 & \dots (1) \\ y^2 + yz + xy = -12 & \dots (2) \\ z^2 + xz + yz = 30 & \dots (3) \end{cases}$$

- A) 4 B) -3 C) -2
D) 6 E) 12

46. El mayor valor que asume "y" en el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 481 & \dots (1) \\ x - \sqrt{xy} + y = 13 & \dots (2) \end{cases}$$

es:

- A) 16 B) 15 C) 9
D) 12 E) 21

47. Dado el sistema:

$$\begin{cases} 2x + y + z = xy + yz & \dots (1) \\ 2y + x + z = xz + xy & \dots (2) \\ 2z + x + y = xz + yz & \dots (3) \\ x^2 + y^2 + z^2 = 2 & \dots (4) \end{cases}$$

Calcular el valor positivo de $x + y + z$

- A) $2 + \sqrt{6}$ B) $1 + \sqrt{6}$
C) $3 - \sqrt{6}$
D) $-2 + \sqrt{6}$ E) $-1 + \sqrt{6}$

48. Determine la suma de los valores positivos de
- x
- que se obtienen al resolver el sistema.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 18 & \dots (1) \\ xy(x+1)(y+1) = 72 & \dots (2) \end{cases}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

49. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x+2y} + \sqrt{3x} = 4 & \dots (1) \\ \sqrt{(2x+y)^2 - (x-y)^2} = 3 & \dots (2) \end{cases}$$

Indicar un valor de x .

- A) 3 B) -1 C) $-\frac{1}{3}$
D) $\frac{13}{3}$ E) $\frac{7}{3}$

50. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 13 ; x > y \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Calcular: $x + 3y$

- A) 6 B) 5 C) 4
D) 7 E) $\frac{7}{2}$

51. Si:
- $x, y, z \in \mathbb{R} \mid x^2 + y^2 + z^2 + 14 = 2(x - 2y + 3z)$

Calcular: $x + y + z$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

52. Si
- $x, y > 0$
- satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} -3x^2 + xy + y^2 = 51 & \dots (1) \\ 5xy - (x+y)^2 = 61 & \dots (2) \end{cases}$$

Calcular $3x - 2y$

- A) -1 B) 1 C) 2
D) -2 E) 3

53. Para que el par de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x^2 + 5xy - 2y^2 = 6a \dots (1) \\ -x^2 - 2xy + y^2 = -a \dots (2) \end{cases}$$

presente soluciones reales, entonces el valor "a" debe satisfacer:

- A) $a > 0$ B) $a < 0$
 C) $-1 \leq a \leq 1$
 D) $a \in \mathbb{R}$ E) $0 < a < 1$

54. Calcular abc, sabiendo que el sistema:

$$\begin{cases} a^2x^2 + b^2y^2 = 1 \dots (1) \\ xy = c \dots (2) \end{cases}$$

admite únicamente dos soluciones

- A) $\frac{1}{4}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$
 D) $\frac{1}{8}$ E) 1

55. Dada la ecuación de la circunferencia:

$x^2 + y^2 = 1$. Determine el valor de "a" para que la recta L: $x + 2y = a$, sea tangente a dicha circunferencia.

- A) 1 B) 2 C) $-\sqrt{3}$
 D) $-\sqrt{5}$ E) -2

56. ¿Cuántas soluciones presenta el sistema:

$$\begin{cases} a^3 + y^3 = 5 \dots (1) \\ x^2y + xy^2 = 1 \dots (2) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 6 E) 9

57. Sabiendo que
- $x \neq y$
- . Calcular el valor de "x+y", luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt[6]{x^6 + 3x^2y^2 + y^6} = 2xy - 3 \dots (1) \\ y(y^2 - 1) = x(x^2 - 1) + xy(y - x) \dots (2) \end{cases}$$

- A) 5 B) $\pm \sqrt{5}$ C) $\pm \sqrt{7}$
 D) $\pm \sqrt{3}$ E) $\pm \sqrt{6}$

58. Un obrero de una fábrica gasta diariamente las dos terceras parte del jornal en su alimentación, la quinta parte lo ahorra para pagar la mensualidad de su modesta habitación y el resto lo utiliza para gastar imprevistos. Si en un mes de 30 días, de los cuales no trabajó 2 días, por encontrarse enfermo, el monto de gastos imprevistos asciende a 180 soles, los cuales lo utilizó para pagar la receta del médico, ¿cuál es el jornal del obrero?

- A) S/. 80 B) S/. 60 C) S/. 90
 D) S/. 75 E) S/. 100

59. La distancia del sol a la tierra es aproximadamente 150 millones de kilómetros. ¿Qué tiempo tarda la luz del sol en llegar a la tierra, si la rapidez de la luz es de 300 000 kilómetros por segundo?

- A) 6' 20" B) 7' 20" C) 8' 20"
 D) 9' 20" E) 12"

60. Un tren sale de Lima a las seis de la tarde y llega a Huancayo al día siguiente a las tres de la tarde. Otro tren sale de Lima a las ocho de la noche y llega a Huancayo a las diez de la mañana. ¿A qué hora el segundo alcanza al primero?

A) 9 pm B) 10 pm C) 11 pm
D) 12 pm E) 1 am

61. Un ciclista sube cuestras a razón de 3km/h, las baja a razón de 5km/h y en el llano va a razón de 4km/h. Para recorrer 11,5km de "A" hasta "B" emplearía 2h 54 min. y en el regreso 3h 6 min. ¿Cuál es la longitud del camino llano que hay entre "A" y "B"?

A) 2 km B) 3 km C) 5 km
D) 7 km E) 4 km

62. Tres grifos vierten agua en un depósito que tiene además un grifo de salida. El primer grifo abierto solo, llenaría el depósito en 3 horas; el segundo, en 2 horas 30 minutos; el tercero, en 1 hora 30 minutos; y el de salida, lo vaciaría en 5 horas. Estando vacío el depósito se abren los 4 grifos. ¿En cuánto tiempo quedará lleno?

A) 20 min B) 30 min C) 40 min
D) 50 min E) 55 min

63. Dos obreros trabajando juntos pueden cumplir una tarea dada en 12 horas. El primero de ellos puede realizar el mismo trabajo 10 horas más rápido que el segundo. ¿En cuántas horas realiza el segundo obrero el mismo trabajo?

A) 10 h B) 20 h C) 30 h
D) 40 h E) 50 h

64. Dentro de 12 años la edad de Liz será el doble de la edad que tenía hace 4 años. ¿Cuál es la edad actual de Liz?

A) 8 B) 12 C) 16
D) 20 E) 24

65. Juan le dice a Carlos "Yo tengo 28 años y mi edad es la mitad de la que tú tendrás cuando yo tenga la edad que tu tienes". ¿Cuántos años tiene Carlos?

A) 32 B) 36 C) 42
D) 45 E) 52

66. Una persona compró cierto número de libros por S/ 180.00 si hubiera comprado 6 libros menos por el mismo precio, cada libro le hubiera costado S/ 1.00 más. ¿Cuántos libros compró esta persona?

A) 32 B) 30 C) 24
D) 36 E) 38

67. Un terreno rectangular mide 40 metros de largo por 36 metros de ancho. Si en ambas dimensiones aumentamos x metros, el área aumentará en 432 metros cuadrados. ¿Cuál es el valor de x ?

A) 3m B) 6m C) $\sqrt{72}$ m
D) 12m E) $\sqrt{432}$ m

68. ¿Qué día del año 2019 marcará la hoja de un almanaque cuando el número de hojas arrancadas exceda en 2 a los $\frac{3}{8}$ del número de hojas que quedan?

A) 11 de abril B) 12 de abril
C) 13 de abril
D) 14 de abril E) 15 de abril

69. Dos cilindros contienen en total 688 galones de aceite. Si se saca $\frac{1}{4}$ del contenido del primero y $\frac{2}{5}$ del segundo, quedan 30 galones más en el primero que en el segundo. ¿Cuántos galones hay en cada cilindro?

A) 288; 400 B) 328; 360
C) 368; 320
D) 210; 478 E) 250; 438

70. La solución de un sistema de ecuaciones lineales, no homogéneo es (x_0, y_0) , donde $x_0 = y_0$, dada según la regla de Cramer por

$$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} m & -1 \\ n & 2 \end{vmatrix}}{d}, y_0 = \frac{\begin{vmatrix} -4 & m \\ 5 & n \end{vmatrix}}{d}$$

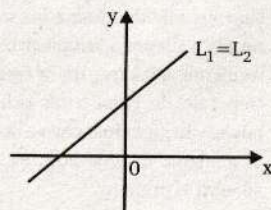
Si "m" y "n" son primos relativos, entonces un valor para $m+n+d$ es:

A) -3 B) -1 C) 0
D) 2 E) 4

71. El sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} ax + by = c \\ cx + ay = b \end{cases}$$

es representado gráficamente por



luego la relación correcta :

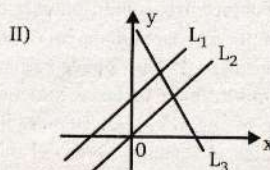
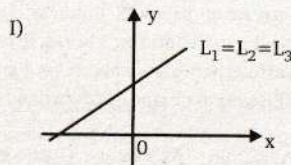
($a, b, c \neq 0$, $a, b, c \in \mathbb{R}$) es:

A) $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$
B) $a + b + c = abc$
C) $a - b = b - a = a - 2c$
D) $a^2 + b^2 + c^2 = 2(ab + ac + bc)$
E) $a = 2b = 3c$

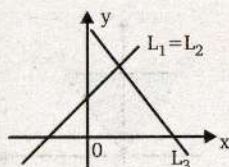
72. Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \\ a_3x + b_3y = c_3 \end{cases}$$

cuya representación geométrica son las rectas L_1, L_2 y L_3 respectivamente.



III)



Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

p: I representa un sistema incompatible

q: II representa un sistema compatible indeterminado (infinitas soluciones)

r: III representa un sistema compatible determinado (solución única)

- A) FVV B) VVF C) FFF
D) VFV E) FFV

73. Determine el mayor valor de a para que el sistema sea inconsistente.

$$\begin{cases} (a-2)x + (a+1)y = a+4 \\ 8x + (a+8)y = 30 \end{cases}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

74. Determine la suma de los valores enteros de " n " para que el sistema:

$$\begin{cases} nx - y = 5 \\ 2x + 3ny = 7 \end{cases}$$

tenga solución única y tal solución esté ubicada en el cuarto cuadrante del plano

- A) 0 B) 1 C) 2
D) 3 E) 4

75. Resolver:

$$\begin{cases} (a+b)x + (a-b)y = 2(a^2 + b^2 + a) \\ (a-b)x - (a+b)y = 2b, \text{ donde } a \neq b \end{cases}$$

Dar el valor de $\frac{x-y}{2}$

- A) $2a$ B) b C) $2b$
D) $a+2b$ E) $a-2b$

76. Si k_1 y $k_2 \in \mathbb{R}$ son los valores para los cuales el sistema:

$$\begin{cases} (k-1)x - 4y = k+11 \\ x - (k+2)y = -2 \end{cases}$$

es compatible, indeterminado e inconsciente, respectivamente, halle $k_1 - k_2$.

- A) -5 B) -1 C) 1
D) 3 E) 5

77. Determine el valor de " a ", si el sistema es indeterminado.

$$\begin{cases} (a-1)x + ay = 4 \\ (a+1)x + (a+3)y = 8 \end{cases}$$

- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

78. Dado el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$(*) \begin{cases} ax + 2y = 6 \\ 3x - by = -1 \end{cases}$$

con $a > 0$ y $b > 1$

Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. (*) tiene solución única, y esta se encuentra en 3er cuadrante.
 II. Sea $(x_0; y_0)$ una solución de (*), entonces $x_0 < 0$.
 III. (*) no posee solución alguna.

A) VVF B) FFV C) VFF
 D) FVF E) FFF

79. Resolver:

$$\begin{cases} 3(1 + \sqrt{2})x + 2(1 - \sqrt{2})y = 6 \\ 2(1 - \sqrt{2})x + 3(1 + \sqrt{2})y = 6 \end{cases}$$

e indicar $2(x - y)$

A) 0 B) 2 C) 4
 D) 6 E) 8

80. Si el sistema:

$$\begin{bmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

tiene solución única en

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x - 1 \geq y\}$$

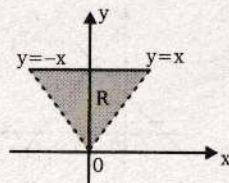
hallar los valores reales que puede admitir "m".

A) $[2; +\infty)$ B) $[5; 7)$ C) $\langle 0; 1)$
 D) $\langle -\infty; \frac{5}{3})$ E) $[\frac{5}{3}; 2)$

81. Sea el sistema de ecuaciones lineales

$$(*) \begin{cases} 3mx + 6y = 2 \\ 2x + my = 1 \end{cases}$$

y una región R (ver figura).



Determine el siguiente conjunto
 $\{m \in \mathbb{R} / (*)\}$

tiene solución única y $(x, y) \in \mathbb{R}$

A) $\langle -2; +2)$ B) $\langle -2; +\infty)$
 C) $\langle -2; \frac{4}{3})$
 D) $\langle 2; +\infty)$ E) $\langle -\infty; 2)$

82. De un grupo de niñas y niños se retiran 15 niñas quedando dos niños por cada niña. Después se retiran 45 niños y quedan entonces cinco niñas por cada niño. ¿Cuántas niñas habían inicialmente?

A) 30 B) 40 C) 45
 D) 50 E) 55

83. Considere el sistema de ecuaciones lineales (m parámetro)

$$(*) \begin{cases} x + y + z = 5 \\ x - y + z = m \\ 2x + y - z = 3 \end{cases}$$

Halle $A = \{m \in \mathbb{R} / (*) \text{ sea consistente e } x, y, z \text{ números reales no negativos}\}$

A) $[3; 5]$ B) $[-5; 3]$ C) $[-5; 5]$
 D) $[-3; 5]$ E) $[5; 9]$

84. Determinar z en el sistema

$$\begin{cases} x - y + 3z = -4 \\ x + y + z = 2 \\ x + 2y - z = 6 \end{cases}$$

- A) -1 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

85. Determinar yz en el sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 3x - 2y - z = 4 \\ -2x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

- A) -8 B) -6 C) -4
D) 0 E) 2

86. Resolver:

$$\begin{cases} 3x + y - 9 = -z \\ 2y - 2z = 6 \\ 15x - y = 26 \end{cases}$$

calcular $x \cdot y \cdot z$

- A) $\frac{4352}{7}$ B) $\frac{4352}{3993}$ C) $\frac{2176}{3993}$
D) $-\frac{7}{3}$ E) -1

87. Dado el sistema

$$\begin{cases} x + 2y - z = 8 \\ (*) \quad 2x - 3y + z = -1 \\ 3x - y + kz = 5 \end{cases}$$

Sea $A = \{k \in \mathbb{R} / (*) \text{ es consistente}\}$.

Halle el menor elemento de A^c

- A) -2 B) 1 C) 0
D) 1 E) 2

88. Dado el sistema de ecuaciones:

$$(*) \begin{cases} x + (m - 1)y - z = 0 \\ (m - 1)x + 3y + z = m \\ y + z = 1 \end{cases}$$

Indique la verdad o falsedad de las proposiciones siguientes:

- I. El sistema tiene solución única
II. Si $m = -1$ el sistema tiene infinitas soluciones.
III. Si $m = 2$, el sistema es incompatible

- A) VVV B) VVF C) VFF
D) VVF E) FVF

89. Si (x_0, y_0, z_0) es solución del sistema,

$$(*) \begin{cases} 6x + 5y + 6z = 0 \\ 5x + 3y + 4z = 0 \end{cases}$$

Tal que $x_0 + y_0 + z_0 = -1$, entonces el valor $\min\{x_0, y_0, z_0\}$ es:

- A) -7 B) -6 C) -3
D) -2 E) -1

90. Dado el sistema:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + 3y + 4z = 750 \end{cases}$$

Hallar una solución $(x_0, y_0, z_0) \in \mathbb{N}$ y que x_0 sea el menor entero positivo.

Dar como respuesta:

$$x_0 + y_0 + z_0$$

- A) 200 B) 210 C) 216
D) 128 E) 220

91. Resolver

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 6 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x} \end{cases}$$

De como respuesta a xyz

- A) $\frac{1}{30}$ B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{1}{5}$
 D) $\frac{1}{10}$ E) $\frac{1}{6}$

92. Resolver

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = \frac{x}{c} + \frac{y}{a} + \frac{z}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$$

luego dar el valor de z .

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 5

93. Un veterinario desea controlar la dieta de un animal de modo que, mensualmente el animal consuma 60 libras de avena, 75 de maíz y 55 de soya, además de heno, pastura y agua. Tiene tres alimentos disponibles, cada uno con avena, maíz y soya, como se muestra en la tabla.
 ¿Cuántas onzas del alimento C se deben usar para obtener la mezcla deseada?

Sug: 1 lb = 16 onzas

	Avena	Maíz	Soya
1 lb del alimento A	6 onzas	5 onzas	5 onzas
1 lb del alimento B	6 onzas	6 onzas	4 onzas
1 lb del alimento C	4 onzas	7 onzas	5 onzas

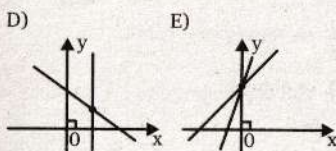
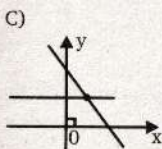
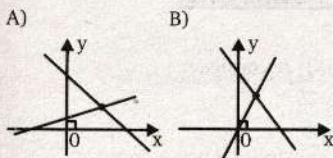
- A) 60 B) 70 C) 80
 D) 90 E) 100

94. Un comercio desea mezclar dos calidades de cacahuates que cuestan \$3 y \$4 por libra respectivamente, con nueces de la India que cuestan \$8 por libra, con objeto de tener 140 libras de una mezcla que cuesta \$6 por libra.

Si el comerciante también desea que la cantidad de cacahuates de menor precio sea el doble de la cacahuates de mejor calidad, ¿cuántas libras de las nueces de la India se necesita para mezclar?

- A) 20 B) 40 C) 60
 D) 80 E) 100

95. Un camión de entregas llega al almacén de la empresa con 8 cajas pequeñas y 5 grandes. El cobro total por las cajas, incluyendo el impuesto y los gastos de envío, es de \$184. El flete de una caja grande cuesta \$3,00 más que el de una caja pequeña. ¿Cuál es el costo de flete de cada una de las cajas?
 Señalar la gráfica que mejor representa el enunciado del problema?



96. Resolver

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy & \dots (1) \\ x - y = \frac{1}{4}xy & \dots (2) \end{cases}$$

$xy \neq 0$

Calcular: $x^2 + y^2$

- A) 18 B) 19 C) 20
D) 21 E) 22

97. Resolver

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 \\ xy(x + y) = -2 \end{cases}$$

Dar como respuesta $x + y$

- A) -2 B) 0 C) 1
D) 2 E) 3

98. Dado el sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} 3xy + 2yz - xz = 4xyz \\ 4xy - 2yz + 2xz = 3xyz \\ -xy + 3yz - 4xz = -xyz \end{cases}$$

Indique la verdad (V) o falsedad (F) de las siguientes afirmaciones:

- I. Si $xyz = 0$, entonces el sistema posee sólo la solución trivial.
II. Si $xyz \neq 0$, entonces el sistema posee solución única.
III. Si $y = 1$, $xz \neq 0$, entonces no hay solución.

- A) VVV B) FVV C) VVF
D) FVV E) FFF

99. Hallar la suma de todos los valores de "x" e "y" que verifican el sistema.

$$\begin{cases} x + y + 6x^2 - 3y^2 = -17 \\ x - y - 4x^2 + 2y^2 = 12 \end{cases}$$

- A) $\frac{17}{9}$ B) $\frac{40}{23}$ C) $\frac{15}{7}$
D) 7 E) 11

100. Determine el número de soluciones reales y diferentes que admite el sistema:

$$\begin{cases} x^2 \cdot y^2 - 5xy = -6 \\ (x + y)^2 - 7(x + y) = -12 \end{cases}$$

- A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS**Resolución 1:**

Multiplicando por 5 a la ecuación (I) se consigue:

$$\frac{5}{x} + \frac{5}{y} = \frac{25}{6}$$

Ahora, reconocemos que la ecuación (II) establece que:

$$\frac{7}{x} - \frac{5}{y} = \frac{11}{6}$$

Sumando estas dos últimas ecuaciones, obtenemos:

$$\frac{5}{x} + \frac{7}{x} = \frac{25}{6} + \frac{11}{6}$$

Efectuando las operaciones indicadas:

$$\frac{12}{x} = \frac{36}{6} \Rightarrow x = 2$$

Luego reemplazando $x = 2$ en (I), se obtiene:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}$$

Transponiendo y efectuando, se consigue:

$$\frac{1}{y} = \frac{5}{6} - \frac{1}{2} \Rightarrow y = 3$$

Finalmente el conjunto solución del sistema será:

$$\text{C.S. } \{(2, 3)\}$$

Rpta.: A

Resolución 2:

Recordemos la siguiente propiedad de proporciones:

$$\text{Si } \frac{m}{n} = \frac{p}{q} \Rightarrow \frac{m+n}{m-n} = \frac{p+q}{p-q}$$

Aplicando esta propiedad en la ecuación (I):

$$\frac{(x+y) + (x-y)}{(x+y) - (x-y)} = \frac{a + (b-c)}{a - (b-c)}$$

Quitando paréntesis y reduciendo:

$$\frac{x}{y} = \frac{a+b-c}{a-b+c} \Rightarrow x = \left(\frac{a+b-c}{a-b+c} \right) y \dots \text{(III)}$$

Reemplazando el valor obtenido para "x" en la ecuación (II), se tendrá:

$$\frac{\left(\frac{a+b-c}{a-b+c} \right) y + c}{y + b} = \frac{a+b}{a+c}$$

Multiplicando en aspa, se obtiene:

$$\left(\frac{a+b-c}{a-b+c}\right)(a+c)y + (a+c)c = (a+b)y + (a+b)b$$

Transponiendo todos los términos en y, al 1er miembro, se obtiene:

$$\left(\frac{a+b-c}{a-b+c}\right)(a+c)y - (a+b)y = (a+b)b - (a+c)c$$

Efectuando operaciones en cada miembro, se establece que:

$$\left[\frac{(a+b-c)(a+c) - (a-b+c)(a+b)}{a-b+c}\right]y = ab + b^2 - ac - c^2$$

Luego de efectuar las multiplicaciones indicadas en el corchete, nos queda:

$$\left[\frac{ab - ac + b^2 - c^2}{a-b+c}\right]y = ab + b^2 - ac - c^2$$

Finalmente, luego de simplificar en cada miembro encontramos que:

$$y = a - b + c \dots\dots (IV)$$

Por último reemplazando (IV) en (III), obtenemos:

$$x = a + b - c$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{(a + b - c; a - b + c)\}$$

Rpta.: B

Resolución 3:

Dividiendo a ambos miembros de (I) por xy:

$$\frac{5}{y} + \frac{4}{x} = \frac{1}{6} \dots\dots (\alpha)$$

Dividiendo a ambos miembros de (II) por xz:

$$\frac{3}{z} + \frac{2}{x} = \frac{1}{8} \dots\dots (\beta)$$

Dividiendo a ambos miembros de (III) por yz:

$$\frac{3}{z} + \frac{5}{y} = \frac{1}{6} \dots\dots (\theta)$$

Igualando los primeros miembros de (α) y (θ), se consigue:

$$\frac{\cancel{3}}{y} + \frac{4}{x} = \frac{3}{z} + \frac{\cancel{5}}{y} \Rightarrow z = \frac{3x}{4} \dots\dots (IV)$$

Reemplazando (IV) en (β), se obtiene:

$$\frac{3}{\frac{3x}{4}} + \frac{2}{x} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{4}{x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{8}$$

Resolviendo encontramos que:

$$x = 48$$

Al reemplazar en (IV):

$$z = 36$$

Reemplazando estos valores en (α), obtenemos:

$$\frac{5}{y} + \frac{4}{48} = \frac{1}{6} \Rightarrow y = 60$$

Rpta.: C

Resolución 4:

En (I) multiplicamos a ambos miembros por (s):

$$\frac{ms}{x-a} + \frac{ns}{y-b} = \frac{ms-ns}{b-a} \dots\dots (III)$$

En (II) multiplicamos a ambos miembros por (n):

$$\frac{nr}{x-a} - \frac{ns}{y-b} = \frac{nr-ns}{b-a} \dots\dots (IV)$$

Luego sumando miembro a miembro (III) y (IV) obtenemos:

$$\frac{ms+nr}{x-a} = \frac{ms+nr}{b-a}$$

Simplificando nos queda:

$$\frac{1}{x-a} = \frac{1}{b-a}$$

Multiplicando en aspa y despejando:

$$x-a = b-a \Rightarrow x = b$$

Rpta.: A

Resolución 5:

Sumando todas las ecuaciones miembro a miembro, se obtiene:

$$3(x+y+z+w) = 69 \Rightarrow x+y+z+w = 23 \dots\dots (V)$$

Luego sustituyendo sucesivamente en (V), tendremos:

$$(IV) \text{ en } (V) : 20+x = 23 \Rightarrow x = 3$$

$$(III) \text{ en } (V) : 18+y = 23 \Rightarrow y = 5$$

$$(II) \text{ en } (V) : 16+z = 23 \Rightarrow z = 7$$

$$(I) \text{ en } (V) : 15+w = 23 \Rightarrow w = 8$$

Finalmente el valor pedido será:

$$x-y+z-w = -3$$

Rpta.: D

Resolución 6:

Nuestra estrategia consistirá en transformar cada ecuación dada, sumando 1 a ambos miembros con la finalidad de factorizar en el primer miembro:

De (I):

$$xy + x + y + 1 = 23 + 1$$

Agrupando:

$$(\overline{xy} + \overline{x}) + (y + 1) = 24$$

Factorizando lo indicado:

$$x(y + 1) + (y + 1) = 24$$

Factorizando $(y + 1)$:

$$(y + 1)(x + 1) = 24 \dots\dots (\alpha)$$

De (II):

$$xz + x + z + 1 = 41 + 1$$

Agrupando:

$$(\overline{xz} + \overline{x}) + (z + 1) = 42$$

Factorizando lo indicado:

$$x(z + 1) + (z + 1) = 42$$

Factorizando $(z + 1)$:

$$(z + 1)(x + 1) = 42 \dots\dots (\beta)$$

De (III):

$$yz + y + z + 1 = 27 + 1$$

Agrupando:

$$(\overline{yz} + \overline{y}) + (z + 1) = 28$$

Factorizando lo indicado:

$$y(z + 1) + (z + 1) = 28$$

Factorizando $(z + 1)$:

$$(z + 1)(y + 1) = 28 \dots\dots (\theta)$$

Luego multiplicando miembro a miembro (α) , (β) y (θ) ; se obtiene:

$$(x+1)^2(y+1)^2(z+1)^2 = 24 \cdot 42 \cdot 28$$

Extrayendo raíz cuadrada se consigue:

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 7 \cdot 8 \cdot 3 \dots\dots (IV)$$

Finalmente dividiendo miembro a miembro (IV) entre (α) , se tendrá:

$$\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(x+1)(y+1)} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 3}{24}$$

Simplificando en cada miembro, tendremos:

$$z + 1 = 7 \Rightarrow z = 6$$

Finalmente el valor pedido será:

$$z^2 = 36$$

Rpta.: B

Resolución 7:

El sistema dado es un típico caso en el que resulta conveniente aplicar la regla de Cramer. Veamos:

Primero hallaremos los determinantes aplicando el método de Sarrus:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -5 \\ 5 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_S = -32$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 8 & 3 & -5 \\ 9 & -2 & 1 \\ 9 & -1 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_x = -96$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 8 & -5 \\ 5 & 9 & 1 \\ 3 & 9 & 2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_y = -128$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 5 & -2 & 9 \\ 3 & -1 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_z = -64$$

Finalmente:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_y} = \frac{-96}{-32} \Rightarrow x = 3$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{-128}{-32} \Rightarrow y = 4$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} = \frac{-64}{-32} \Rightarrow z = 2$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{(3; 4; 2)\}$$

Rpta.: D

Resolución 8:

Con la finalidad de aplicar la regla de Cramer, ordenamos y completamos cada ecuación del sistema del modo siguiente:

$$\begin{cases} 1x - 2y + 0z = -13 \\ 0x + 3y + 2z = 19 \\ 3x + 4y - 1z = 9 \end{cases}$$

A continuación hallaremos los determinantes:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_s = -23$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -13 & -2 & 0 \\ 19 & 3 & 2 \\ 9 & 4 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_x = 69$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -13 & 0 \\ 0 & 19 & 2 \\ 3 & 9 & -1 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_y = -115$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & -2 & -13 \\ 0 & 3 & 19 \\ 3 & 4 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_z = -46$$

Finalmente:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{69}{-23} \Rightarrow x = -3$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{-115}{-23} \Rightarrow y = 5$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} = \frac{-46}{-23} \Rightarrow z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 4$$

Rpta.: A

Resolución 9:

Multipliando por (4) a la ecuación (I), se consigue:

$$\frac{4}{x} + \frac{12}{y+1} = \frac{20}{4}$$

A continuación la ecuación (II) establece que:

$$\frac{4}{x} - \frac{7}{y+1} = \frac{1}{4}$$

Restando miembro a miembro ambas ecuaciones, obtenemos:

$$\frac{19}{y+1} = \frac{19}{4}$$

Simplificando y despejando, obtenemos:

$$\frac{1}{y+1} = \frac{1}{4} \Rightarrow y = 3$$

Luego reemplazando $y = 3$ en la ecuación (I), se consigue:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} \Rightarrow x = 2$$

$$\therefore \text{C.S.} = \{(2; 3)\}$$

Rpta.: E

Resolución 10: Transponiendo los términos independientes del sistema, éste será equivalente a:

$$\begin{cases} x + ay + a^2z = -a^3 \\ x + by + b^2z = -b^3 \\ x + cy + c^2z = -c^3 \end{cases}$$

Salta a la vista que la solución del sistema resultará más directa si empleamos la regla de Cramer, en donde el valor de la incognita "y" se podrá calcular así:

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_S} \dots\dots (IV)$$

Hallemos los determinantes:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_S = (b-a)(c-b)(c-a)$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -a^3 & a^2 \\ 1 & -b^3 & b^2 \\ 1 & -c^3 & c^2 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow \Delta_y = (b-a)(c-a)(c-b)(ab+bc+ac)$$

Ahora si reemplazamos en (IV) se consigue:

$$y = \frac{(b-a)(c-a)(c-b)(ab+bc+ac)}{(b-a)(c-b)(c-a)}$$

Finalmente nos queda:

$$y = ab + bc + ac$$

Rpta.: E

Resolución 11: El sistema dado será indeterminado si se cumple que:

$$\frac{3}{5} = \frac{2m}{2(m+2)} = \frac{n+2}{30}$$

De la igualdad indicada, se obtiene:

$$3(m+2) = 5m \Rightarrow m = 3$$

Rpta.: C

Resolución 12: El sistema dado será compatible determinado, si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} 3a & 7 \\ 2a & 5 \end{vmatrix} \neq 0, \text{ es decir:}$$

$$15a - 14a \neq 0 \Rightarrow a \neq 0$$

Rpta.: D

Resolución 13: Podemos observar que: $x = -b/a$, es una ecuación compatible indeterminada con infinitas soluciones si:

$$a = 0 \wedge b = 0$$

Luego sumando miembro a miembro las 3 ecuaciones del sistema dado, se consigue:

$$\begin{aligned} \lambda(x + y + z) + (x + y + z) &= 1 + \lambda \\ \Rightarrow (\lambda + 1)(x + y + z) &= (\lambda + 1) \dots (I) \end{aligned}$$

Podemos observar que el sistema admitirá infinitas soluciones si:

$$\lambda + 1 = 0 \Rightarrow \lambda = -1$$

Rpta.: D

Resolución 14: El sistema dado será compatible si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ m & -1 & 37 \\ 3 & 8 & m \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante por el método de Sarrus y resolviendo la ecuación, se obtiene:

$$m = 5$$

Reemplazando en (I):

$$2x + 3y = 8$$

Reemplazando en (II):

$$5x + y = 37$$

Resolviendo este último sistema por el método de reducción, se obtiene:

$$x = 7 \wedge y = -2$$

Finalmente el valor pedido será:

$$E = 5 - (7 - 2) = 0$$

Rpta.: A

Resolución 15: Efectuando $3(I) + 5(II)$, se obtiene:

$$\frac{9}{3x - 2y + 3} + \frac{35}{3x - 2y + 3} = -\frac{12}{21} + \frac{40}{15}$$

Efectuando las operaciones indicadas:

$$\frac{44}{3x - 2y + 3} = \frac{44}{21}$$

Despejando, encontramos que:

$$3x - 2y + 3 = 21 \dots\dots (\alpha)$$

Reemplazando (α) en (I) , se consigue:

$$\frac{3}{21} + \frac{5}{x + 4y - 7} = -\frac{4}{21}$$

Transponiendo términos y efectuando:

$$\frac{5}{x + 4y - 7} = -\frac{1}{3}$$

Y despejando encontramos que:

$$x + 4y - 7 = -15 \dots\dots (\theta)$$

Resolviendo (α) y (θ) , por el mismo método de reducción, tendremos:

$$3x - 2y = 18 \longrightarrow 6x - 4y = 36 \dots\dots (\beta)$$

$$x + 4y = -8 \longrightarrow x + 4y = -8 \dots\dots (Y)$$

$$\Sigma: 7x = 28 \Rightarrow x = 4$$

Reemplazando este resultado en (Y) , se tendrá:

$$y = -3$$

Finalmente el valor pedido será:

$$x - y = 4 - (-3) = 7$$

Rpta.: C

Resolución 16: El sistema lineal homogéneo dado, será indeterminado si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} 2 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & k & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante según el método de Sarrus, se consigue:

$$(-2 + 3k - 15) - (-9 - 5 + 2k) = 0$$

Efectuando las operaciones indicadas y reduciendo nos queda:

$$k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3$$

Rpta.: B

Resolución 17: Dada las características del sistema dado, aplicaremos la regla de Cramer. Para ello hallaremos los determinantes:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_S = -66$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -3 & 3 & -1 \\ 9 & -4 & 1 \\ 9 & 2 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_x = -66$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 9 & 1 \\ 5 & 9 & 3 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_y = 66$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 3 & -4 & 9 \\ 5 & 2 & 9 \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_z = -132$$

Finalmente:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_S} \Rightarrow x = 1$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_S} \Rightarrow y = -1$$

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_S} \Rightarrow z = 2$$

$\Rightarrow$ El valor pedido es: $xyz = -2$

Rpta.: D

Resolución 18: La presentación de las ecuaciones no permiten reconocer fácilmente que se trata de un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas. Ahora dadas las características de estas ecuaciones, procederemos a su resolución utilizando para ello un parámetro k , veamos:

De (I), tendremos que:

$$\frac{x}{a} = \frac{y}{b} = \frac{z}{c} = k$$

Despejando, tendremos:

$$x = ak \wedge y = bk \wedge z = ck \dots \dots (III)$$

Reemplazando (III) en (II) se consigue:

$$mak + nbk + pck = 3$$

Factorizando k , tendremos:

$$(ma + nb + pc)k = 3$$

Despejando, nos queda:

$$k = \frac{3}{ma + nb + pc}$$

Finalmente reemplazando este resultado en (III):

$$y = \frac{3b}{ma + nb + pc}$$

Rpta.: D

Resolución 19: Dividiendo (I) por $12xy$:

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{12} \dots\dots (\alpha)$$

Dividiendo (II) por $18yz$:

$$\frac{y+z}{yz} = \frac{5}{18} \Rightarrow \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{5}{18} \dots\dots (\beta)$$

Dividiendo (III) por $36xz$:

$$\frac{x+z}{xz} = \frac{13}{36} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{13}{36} \dots\dots (\theta)$$

Efectuando $(\alpha) + (\beta) + (\theta)$, se obtiene:

$$\frac{2}{x} + \frac{2}{y} + \frac{2}{z} = \frac{5}{12} + \frac{5}{18} + \frac{13}{36}$$

Luego de efectuar operaciones, obtenemos:

$$2\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = \frac{38}{36}$$

Simplificando, nos queda:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{19}{36} \dots\dots (\gamma)$$

Esta última expresión será la clave para poder determinar cada una de las incógnitas. Para ello requerimos sustituir sucesivamente las expresiones anteriores en (γ) .

Observa:

Reemplazando (α) en (γ) :

$$\frac{5}{12} + \frac{1}{z} = \frac{19}{36} \Rightarrow z = 9$$

Reemplazando (β) en (γ) :

$$\frac{1}{x} + \frac{15}{18} = \frac{19}{36} \Rightarrow x = 4$$

Reemplazando (θ) en (γ) :

$$\frac{1}{y} + \frac{13}{36} = \frac{19}{36} \Rightarrow y = 6$$

Finalmente el valor pedido, será:

$$x + y - z = 4 + 6 - 9 = 1$$

Rpta.: A

Resolución 20: Multiplicando (I).(II).(III):

$$(x+1)^2 (y+1)^2 (z+1)^2 = 24 \cdot 18 \cdot 12$$

Aplicando los teoremas de exponentes:

$$[(x+1)(y+1)(z+1)]^2 = (12)^2 \cdot 36$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros, se consigue:

$$(x+1)(y+1)(z+1) = 72 \dots\dots (IV)$$

Luego como se pide el valor de "x" será suficiente dividir (IV) entre (III):

$$\frac{(x+1)(y+1)(z+1)}{(y+1)(z+1)} = \frac{72}{12}$$

Simplificando, tendremos que:

$$x+1 = 6 \Rightarrow x = 5$$

Rpta.: E**Resolución 21:** Sumando todas las ecuaciones del sistema tenemos:

$$7(\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z}) = 77$$

Simplificando, se consigue establecer que:

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} = 11 \dots\dots (IV)$$

A continuación reacomodaremos cada ecuación del sistema con la finalidad de reemplazar en ellas la relación (IV); observa:

Reacomodando la ecuación (I):

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} + 4\sqrt[3]{z} = 39 \dots\dots (*)$$

Reemplazando (IV) en (*), tendremos:

$$11 + 4\sqrt[3]{z} = 39 \Rightarrow 4\sqrt[3]{z} = 28$$

Simplificando y elevando al cubo:

$$z = 7^3 \Rightarrow z = 343$$

Reacomodando la ecuación (II):

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} + 4\sqrt[3]{y} = 31 \dots\dots (**)$$

Reemplazando (IV) en (**), tendremos:

$$11 + 4\sqrt[3]{y} = 31 \Rightarrow 4\sqrt[3]{y} = 20$$

Simplificando y elevando al cubo:

$$y = 5^3 \Rightarrow y = 125$$

Reacomodando la ecuación (III):

$$\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} + \sqrt[3]{z} + 4\sqrt[3]{x} = 7 \dots\dots (***)$$

Reemplazando (IV) en (***), tendremos:

$$11 + 4\sqrt[3]{x} = 7 \Rightarrow 4\sqrt[3]{x} = -4$$

Simplificando y elevando al cubo:

$$x = -1$$

Finalmente el valor pedido será:

$$xy + z = (-1)(125) + 343 = 218$$

Rpta.: B

Resolución 22:

Dado que el valor de "x" es conocido, trataremos de eliminar "y" con la finalidad de obtener una nueva ecuación en función de la incógnita "a".
Veamos:

Haciendo transposición de términos en (I), tendremos:

$$(2a + 1)x - 1 = (a + 3)y$$

Haciendo transposición de términos en (II), obtenemos:

$$(2a - 1)x + 1 = (a + 2)y$$

Ahora dividiendo miembro a miembro estas dos ecuaciones, obtenemos:

$$\frac{(2a + 1)x - 1}{(2a - 1)x + 1} = \frac{(a + 3)y}{(a + 2)y}$$

Simplificando "y" y sustituyendo $x = 5$, se obtiene:

$$\frac{(2a + 1) \cdot 5 - 1}{(2a - 1) \cdot 5 + 1} = \frac{a + 3}{a + 2}$$

Efectuando operaciones:

$$5(2a + 1)(a + 2) - a - 2 = 5(2a - 1)(a + 3) + a + 3$$

Reduciendo términos, encontramos:

$$8 - a = a - 12 \Rightarrow a = 10$$

Rpta.: D

Resolución 23:

Transformando cada ecuación del sistema así:

De (I):

$$\frac{3x + 2y}{xy} = \frac{7}{4} \Leftrightarrow \frac{3}{y} + \frac{2}{x} = 2x^{-1} + 3y^{-1} = \frac{7}{4} \dots (\alpha)$$

De (II):

$$\frac{5x + 2z}{xz} = \frac{11}{6} \Rightarrow \frac{5}{z} + \frac{2}{x} = 2x^{-1} + 5z^{-1} = \frac{11}{6} \dots (\beta)$$

De (III):

$$\frac{5y + 3z}{yz} = \frac{19}{12} \Rightarrow \frac{5}{z} + \frac{3}{y} = 3y^{-1} + 5z^{-1} = \frac{19}{12} \dots (\theta)$$

Sea "T" el valor pedido, es decir:

$$T = 2x^{-1} + 3y^{-1} + 5z^{-1} \dots (\delta)$$

Efectuando $(\alpha) + (\beta) + (\delta)$ se consigue:

$$2(2x^{-1} + 3y^{-1} + 5z^{-1}) = \frac{7}{4} + \frac{11}{6} + \frac{19}{12} \dots (*)$$

Reemplazando $(*)$ en (δ) , tendremos:

$$2T = \frac{7}{4} + \frac{11}{6} + \frac{19}{12}$$

Finalmente se tendrá:

$$2T = \frac{62}{12} \Rightarrow T = \frac{31}{12}$$

Rpta.: C

Resolución 24: Sumando miembro a miembro todas las ecuaciones del sistema y factorizando se consigue:

$$(x + 2y + 3z)[x + 2y + 3z] = 80 + 32 + 144$$

Efectuando el producto indicado, tendremos:

$$(x + 2y + 3z)^2 = 256$$

Extrayendo raíz cuadrada, se obtiene:

$$x + 2y + 3z = 16 \dots\dots\dots (IV)$$

Finalmente reemplazando (IV) en (III) obtendremos el valor de z:

$$3z(16) = 144$$

De donde concluimos que:

$$48z = 144 \Rightarrow z = 3$$

Rpta.: A

Resolución 25: Para resolver este sistema aplicaremos el método de los determinantes conocida como la "Regla de Cramer". Según este método, se sabe que:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_S} \dots\dots\dots (IV)$$

A continuación hallaremos los determinantes y estos se calcularán según Sarrus:

$$\Delta_S = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ bc & ac & ab \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_S = (a-b)(a-c)(c-b) \dots(\alpha)$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & b & c \\ 1 & ac & ab \end{vmatrix} \Rightarrow \Delta_x = c-b \dots\dots\dots (\beta)$$

Ahora reemplazamos (α) y (β) en (IV):

$$x = \frac{c-b}{(a-b)(a-c)(c-b)}$$

Finalmente al simplificar, nos queda:

$$x = \frac{1}{(a-b)(a-c)}$$

Rpta.: B

Resolución 26: De acuerdo a lo expuesto en la teoría I, $\text{II} \wedge \text{III}$ forman un sistema si se cumple que:

$$\begin{vmatrix} n & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & n \end{vmatrix} = 0$$

Desarrollando el determinante según Sarrus, se consigue:

$$(n^2 + 1) - (1 - n) = 0$$

$$n^2 + n = 0$$

$$n(n + 1) = 0$$

Al igualar a cero cada factor, deducimos que:

$$n = 0 \vee n = -1$$

Rpta.: B

Resolución 27: Formaremos una ecuación cuadrática en "T", para lo cual será necesario recordar la reconstrucción de una ecuación cuadrática. Para ello supongase que x e y son las raíces de dicha ecuación, tal que:

$$T^2 - ST + P = 0; \text{ donde: } \begin{cases} S = x + y = 11 \\ P = xy = 28 \end{cases}$$

Sustituyendo estos datos, tendremos:

$$T^2 - 11T + 28 = 0$$

Luego, resolviendo esta ecuación cuadrática según el criterio del aspa simple, obtenemos:

$$(T - 7)(T - 4) = 0$$

Iguando a cero cada factor, deducimos que:

$$(T_1 = 7 \wedge T_2 = 4) \vee (T_1 = 4 \wedge T_2 = 7)$$

Finalmente el conjunto solución del sistema, será:

$$\text{C.S.} = \{(7; 4), (4; 7)\}$$

Rpta.: B

Resolución 28: Siguiendo el mismo procedimiento del problema anterior, plantearemos:

$$T^2 - ST + P = 0; \text{ donde: } \begin{cases} S = x + y = 19 \\ P = xy = 15 \end{cases}$$

Reemplazando datos:

$$T^2 - 19T + 15 = 0$$

Resolviendo esta ecuación por la fórmula de Carnot, se obtiene:

$$T = \frac{19 \pm \sqrt{21}}{2}$$

En consecuencia se establece que:

$$T_1 = \frac{19 + \sqrt{21}}{2} \quad T_2 = \frac{19 - \sqrt{21}}{2}$$

O también:

$$T_1 = \frac{19 - \sqrt{21}}{2} \quad T_2 = \frac{19 + \sqrt{21}}{2}$$

Finalmente el conjunto solución del sistema será:

$$C.S. = \left\{ \left(\frac{19 + \sqrt{21}}{2}, \frac{19 - \sqrt{21}}{2} \right), \left(\frac{19 - \sqrt{21}}{2}, \frac{19 + \sqrt{21}}{2} \right) \right\}$$

Rpta.: B

Resolución 29:

El sistema se resolverá mediante el método de la reducción, para lo cual, de (I) despejamos "x":

$$x = 3 - y \dots\dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (II), tendremos:

$$(3 - y) = 2$$

Efectuando operaciones, se establece que:

$$y^2 - 3y + 2 = 0$$

Resolviendo la ecuación según el criterio del aspa simple se consigue:

$$(y - 1)(y - 2) = 0$$

Igualando a cero cada factor concluimos que:

$$y = 1 \vee y = 2$$

Reemplazando $y = 1$ en (III), obtenemos:

$$x = 2$$

Reemplazando $y = 2$ en (III), obtenemos:

$$x = 1$$

Sin embargo, por condición del problema $x > y$, en consecuencia la solución del sistema será:

$$(x = 2 ; y = 1)$$

Finalmente lo solicitado será:

$$2x_0 - 3y_0 = 1$$

Rpta.: D

Resolución 30:

Con la finalidad de obtener un sistema compuesto por la suma y el producto de dos expresiones, en la ecuación (I), sumamos 12 a ambos miembros:

$$x + y + 12 = 12 + 12$$

Agrupando convenientemente, tendremos:

$$(x + 4) + (y + 8) = 24 \dots\dots\dots (III)$$

Luego, con (II) y (III) formamos una ecuación cuadrática, tal que:

$$T^2 - ST + P = 0 ; \text{ donde}$$

$$* S = (x + 4) + (y + 8) = 24$$

$$* P = (x + 4)(y + 8) = 24$$

Es decir:

$$T^2 - 24T + 24 = 0$$

Resolviendo esta ecuación por la fórmula de Carnot, se obtiene:

$$T = \frac{24 \pm 4\sqrt{30}}{2} = 12 \pm 2\sqrt{30}$$

En consecuencia:

$$T_1 = 12 + 2\sqrt{30} \vee T_2 = 12 - 2\sqrt{30} \dots (IV)$$

$$T_1 = 12 - 2\sqrt{30} \vee T_2 = 12 + 2\sqrt{30} \dots (V)$$

Recordando que $(x + 4) \wedge (y + 8)$, son las raíces de la ecuación cuadrática, se establece que:

De (IV):

$$x + 4 = 12 + 2\sqrt{30} \Rightarrow x = 8 + 2\sqrt{30}$$

$$y + 8 = 12 - 2\sqrt{30} \Rightarrow y = 4 - 2\sqrt{30}$$

De (V):

$$x + 4 = 12 - 2\sqrt{30} \Rightarrow x = 8 - 2\sqrt{30}$$

$$y + 8 = 12 + 2\sqrt{30} \Rightarrow y = 4 + 2\sqrt{30}$$

Por condición la solución del sistema debe verificar: $x_0 < y_0$; en consecuencia dicha solución es:

$$(8 - 2\sqrt{30}; 4 + 2\sqrt{30})$$

Finalmente, lo solicitado será:

$$x_0 - 2y_0 = -6\sqrt{30}$$

Rpta.: C

Resolución 31:

Con la finalidad de obtener una relación que involucre a una ecuación lineal, procederemos a efectuar la siguiente operación (I) + 2(II):

$$x^2 + y^2 + 2xy = 10 + 2(3)$$

Efectuando y reduciendo, se puede establecer que:

$$(x + y)^2 = 16$$

Extrayendo raíz cuadrada nos queda:

$$x + y = \pm 4 \dots (*)$$

Con (*) y (II), formamos la ecuación cuadrática:

$$T^2 - ST + P = 0$$

Con: $x + y = 4$ tendremos:

$$T^2 - 4T + 3 = 0$$

Resolviendo esta ecuación según el criterio del aspa simple se consigue:

$$(T - 3)(T - 1) = 0$$

Igualando a cero cada factor obtenemos:

$$T_1 = 3 \wedge T_2 = 1 \vee T_1 = 1 \wedge T_2 = 3$$

Es decir, el conjunto solución del sistema es:

$$C.S. = \{(3; 1) \vee (1; 3)\}$$

Con $x + y = -4$, tendremos:

$$m^2 + 4m + 3 = 0$$

Resolviendo esta ecuación según el criterio del aspa simple se consigue:

$$(m + 3)(m + 1) = 0$$

$$m_1 = -3 \wedge m_2 = -1 \vee m_1 = -1 \wedge m_2 = -3$$

Es decir el conjunto solución del sistema es:

$$C.S. = \{(-3; 1), (-1; 3)\}$$

Finalmente se concluye que el sistema dado admite 4 soluciones.

Rpta.: D

Resolución 32:

Hagamos la siguiente sustitución:

$$y = Rx \dots\dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (I):

$$x^2 + 3Rx^2 + R^2x^2 = 11 \Rightarrow x^2(1 + 3R + R^2) = 11 \dots\dots (IV)$$

Reemplazando (III) en (II):

$$Rx^2 + R^2x^2 = 3 \Rightarrow x^2(R + R^2) = 3 \dots\dots (V)$$

Dividiendo miembro a miembro (IV) y (V), se consigue:

$$\frac{1 + 3R + R^2}{R + R^2} = \frac{11}{3}$$

Multiplicando en aspa y reduciendo, encontramos:

$$8R^2 + 2R - 3 = 0$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos:

$$R = \frac{1}{2} \vee R = -\frac{4}{3}$$

a) Con $R = \frac{1}{2}$ en (III) conseguimos:

$$x = 2y \dots\dots\dots (VI)$$

Luego, reemplazando (VI) en (II), se tendrá:

$$3y^2 = 3 \Rightarrow y = 1 \vee y = -1$$

Reemplazando estos resultados en (VI), se obtiene:

$$y = 1 \Rightarrow x = 2$$

Del mismo modo encontramos que:

$$y = -1 \Rightarrow x = -2$$

Es decir si $R = \frac{1}{2}$ las soluciones del sistema serán:

$$(2; 1) \vee (-2; -1) \dots\dots\dots (\alpha)$$

b) Con $R = -\frac{4}{3}$ en (III) conseguimos:

$$x = -\frac{3}{4}y \dots\dots\dots (VII)$$

Luego, reemplazando (VII) en (II) se tendrá:

$$\frac{y^2}{4} = 3 \Rightarrow y = 2\sqrt{3} \vee y = -2\sqrt{3}$$

Reemplazando estos resultados en (VII) se obtiene:

$$y = 2\sqrt{3} \Rightarrow x = -3\sqrt{3}/2$$

Del mismo modo encontramos que:

$$y = -2\sqrt{3} \Rightarrow x = 3\sqrt{3}/2$$

Es decir si: $R = -\frac{4}{3}$ las soluciones del sistema serán:

$$(-3\sqrt{3}/2; 2\sqrt{3}) \vee (3\sqrt{3}/2; -2\sqrt{3}) \dots (6)$$

Finalmente de (α) y (6) se deduce que:

$$x_0^2 + y_0^2 = \frac{75}{4} \vee x_0^2 + y_0^2 = 5$$

Rpta.: C

Resolución 33:

Haciendo una inspección de las ecuaciones, deducimos que estas son polinomiales homogéneas, por lo tanto deberemos emplear el mismo método que el del ejercicio anterior. Observa:

Hacemos la siguiente sustitución:

$$y = Rx \dots \dots \dots (III)$$

Reemplazando (III) en (I):

$$x^2 - Rx^2 + R^2 x^2 = 3$$

Factorizando, nos queda:

$$x^2 (1 - R + R^2) = 3 \dots \dots (IV)$$

Reemplazando (III) en (II):

$$2x^2 - Rx^2 - R^2 x^2 = 5$$

Factorizando, nos queda:

$$x^2 (2 - R - R^2) = 5 \dots \dots (V)$$

Dividiendo miembro a miembro (IV) y (V), se consigue:

$$\frac{1 - R + R^2}{2 - R - R^2} = \frac{3}{5}$$

Multiplicando en aspa y reduciendo:

$$8R^2 - 2R - 1 = 0$$

Resolviendo esta ecuación, obtenemos:

$$R = \frac{1}{2} \vee R = -\frac{1}{4}$$

a) Con: $R = \frac{1}{2}$ en (IV), conseguimos:

$$x^2 \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = 3 \Rightarrow x = \pm 2$$

Reemplazando $x = 2$ en (III), tendremos:

$$y = \left(\frac{1}{2} \right) (2) = 1$$

Reemplazando $x = -2$ en (III), tendremos:

$$y = \left(\frac{1}{2} \right) (-2) = -1$$

En consecuencia : $R = \frac{1}{2}$ las únicas soluciones racionales del sistema serán:

$$(2; 1) \vee (-2; -1)$$

Rpta.: B

Resolución 34:

Siendo un sistema polinomial homogéneo, hacemos:

$$y = Rx \dots\dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (I):

$$(x - Rx)(x^2 - R^2 x^2) = 160$$

Factorizando el 1er. miembro:

$$x^3 (1 - R)(1 - R^2) = 160 \dots\dots (IV)$$

Reemplazando (III) en (II):

$$(x + Rx)(x^2 + R^2 x^2) = 580$$

Factorizando el 1er. miembro:

$$x^3 (1 + R)(1 - R^2) = 580 \dots\dots (V)$$

Dividiendo miembro a miembro (IV) y (V), se obtiene:

$$\frac{(1 - R^2)}{(1 + R)(1 - R^2)} = \frac{160}{580}$$

Simplificando, multiplicando en aspa y reduciendo:

$$21R^2 - 58R + 21 = 0$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene:

$$R = \frac{7}{3} \vee R = \frac{3}{7}$$

a) Con : $R = \frac{7}{3}$ reemplazando en (V) se obtiene:

$$x^3 \left(1 + \frac{7}{3}\right) \left(1 + \frac{49}{9}\right) = 580 \Rightarrow x = 3$$

Reemplazando este resultado en (III), deducimos que:

$$y = \left(\frac{7}{3}\right)(3) \Rightarrow y = 7$$

En consecuencia la solución del sistema será:

$$(x; y) = (3; 7) \dots\dots\dots (\alpha)$$

b) Con : $R = \frac{3}{7}$ reemplazando en (V) se tendrá:

$$x^3 \left(1 + \frac{3}{7}\right) \left(1 + \frac{9}{49}\right) = 580 \Rightarrow x = 7$$

Reemplazando este resultado en (III), deducimos que:

$$y = \left(\frac{3}{7}\right)(7) \Rightarrow y = 3$$

En consecuencia otra solución del sistema será:

$$(x; y) = (7; 3) \dots\dots\dots (8)$$

Finalmente de (α) y (8) se concluye que:

$$x + y = 10$$

Rpta.: A

Resolución 35:

Multiplicando miembro a miembro todas las ecuaciones dadas se consigue:

$$(xy)(xz)(yz) = 30 \cdot 15 \cdot 18 \Rightarrow (xyz)^2 = (15)^2 \cdot (36)$$

Extrayendo raíz cuadrada a ambos miembros se consigue:

$$xyz = 90 \vee xyz = -90$$

a) Resolviendo en base a la raíz:

$$xyz = 90 \dots\dots\dots (IV)$$

Ahora sustituyendo sucesivamente (I), (II) y (III) en (IV) se consigue:

$$z = 3 \wedge y = 6 \wedge x = 5 \dots\dots\dots (\alpha)$$

b) Resolviendo en base a la raíz:

$$xyz = -90 \dots\dots\dots (V)$$

Si ahora reemplazamos sucesivamente (I), (II) y (III) en (V), se consigue:

$$z = -3 \wedge y = -6 \wedge x = -5 \dots\dots\dots (\beta)$$

Finalmente de (α) y (β) el conjunto solución del sistema será:

$$C.S. = \{(5; 6; 3) \vee (-5; -6; -3)\}$$

En consecuencia:

$$x - y + z = 2 \vee x - y + z = -2$$

Rpta.: C

Resolución 36:

Nuestra estrategia consistirá en transformar las ecuaciones por medio de un cambio de variable, de modo que se pueda obtener una ecuación con una sola incógnita. Dada las características del sistema conviene realizar el siguiente cambio de variable.

$$x = m + n \wedge y = m - n \dots\dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (II), tendremos:

$$(m + n) - (m - n) = 2 \Rightarrow n = 1$$

Reemplazando (III) en (I), se obtiene:

$$(m + 1)^5 - (m - 1)^5 = 992$$

Desarrollando cada binomio y reduciendo términos, se consigue:

$$m^4 + 2m^2 - 99 = 0$$

Factorizando por el método del aspa simple, encontramos:

$$(m^2 - 9)(m^2 + 11) = 0$$

Igualando a cero cada factor comprobamos que solo existirán raíces reales con:

$$m^2 - 9 = 0$$

Descomponiendo en factores, tendremos:

$$(m + 3)(m - 3) = 0$$

Igualando otra vez a cero concluimos que:

$$m = 3 \vee m = -3$$

a) Con $m = 3$, reemplazamos en (III), obteniéndose:

$$x = 4 \wedge y = 2$$

b) Con $m = -3$, reemplazamos en (III), obteniéndose:

$$x = -2 \wedge y = -4$$

Finalmente las soluciones reales del sistema serán:

$$(x; y) = (4; 2) \vee (-2; -4)$$

Rpta.: B

Resolución 37:

Despejando xy de (I):

$$xy = 12 - x \dots\dots\dots (III)$$

Despejando xy de (II):

$$xy = 15 - y \dots\dots\dots (IV)$$

Igualando (III) $\wedge$ (IV):

$$12 - x = 15 - y \dots\dots\dots (V)$$

Despejando y de (V):

$$y = x + 3 \dots\dots\dots (VI)$$

Reemplazando (VI) en (I):

$$x(x + 3) + x = 12$$

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

Resolviendo esta ecuación según el criterio del aspa simple se consigue:

$$x_1 = -6; x_2 = 2$$

Finalmente la suma pedida será:

$$x_1 + x_2 = -4$$

Rpta.: A

Resolución 38:

Hagamos los siguientes cambios de variables:

$$\frac{1}{x} = m \wedge \frac{1}{y} = n \dots\dots\dots (*)$$

Luego el sistema a resolver será:

$$\begin{cases} m + n = 41 \dots\dots\dots (I) \\ m^2 + n^2 = 901 \dots\dots\dots (II) \end{cases}$$

De (I) despejamos "n":

$$n = 41 - m \dots\dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (II):

$$m^2 + (41 - m)^2 = 901$$

Desarrollando la potencia y simplificando, se consigue

$$m^2 - 41m + 390 = 0$$

Resolviendo esta ecuación según el criterio del aspa simple se obtiene:

$$m = 26 \vee m = 15$$

a) Con $m = 26$ en (III) se consigue:

$$n = 15$$

Sustituyendo en (*) y despejando, encontramos:

$$x = \frac{1}{26} \wedge y = \frac{1}{15}$$

b) Con $m = 15$ en (III) se consigue:

$$n = 26$$

Sustituyendo en (*) y despejando, encontramos:

$$x = \frac{1}{15} \wedge y = \frac{1}{26}$$

Finalmente la suma de todos los valores de $x \wedge y$ será:

$$\frac{1}{26} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{26} = \frac{82}{390}$$

Rpta.: B

Resolución 39:

Aparentemente el sistema dado debe resolverse por el mismo mecanismo de los ejercicios anteriores, sin embargo al hacerlo comprobaremos que este camino es muy tedioso. En este caso conviene sumar las ecuaciones (I) $\wedge$ (II) miembro a miembro, puesto que así logran aparecer un trinomio cuadrado que a la larga permite expresar toda la ecuación en función de una variable compuesta que por coincidencia es lo solicitado. Veamos:

Efectuando (I) + (II):

$$\underline{x^2 + 2xy + y^2} + x + y = 49 - 19$$

Reconociendo al trinomio:

$$(x + y)^2 + (x + y) - 30 = 0$$

Aplicando aspa simple obtenemos:

$$[\underline{x + y - 5}][\underline{x + y + 6}] = 0$$

De donde finalmente concluimos que:

$$x + y = -6 \vee x + y = 5$$

Rpta.: E

Resolución 40:

Despejando x de la ecuación (II) se obtiene:

$$x = 2(y - 1) \dots\dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (I):

$$[2(y - 1)]^2 + y^2 - 6[2(y - 1)] + 4y + 5 = 0$$

Reduciendo en el primer miembro se tendrá:

$$5y^2 - 16y + 21 = 0$$

Encontremos el discriminante de esta última ecuación:

$$\Delta = (-16)^2 - 4(5)(21) = -164$$

Como: $\Delta < 0$, podemos concluir que el sistema no admite solución real.

Rpta.: E

Resolución 41: Nuestra estrategia para resolver el sistema dado consistirá en formar en cada ecuación el binomio al cuadrado $(x + y)^2$ con la finalidad de encontrar una nueva ecuación donde la incógnita sea: $(x + y)$. Veamos:
Transformando (I), obtenemos:

$$(x + y)^2 - 2xy + 2(x + y) = 23 \dots\dots (III)$$

Transformando (II), obtenemos:

$$2(x + y)^2 - 2xy = 38 \dots\dots (IV)$$

Restando (IV) - (III), se consigue:

$$(x + y)^2 - 2(x + y) = 15$$

Transponiendo 15 al 1er. miembro:

$$(x + y)^2 - 2(x + y) - 15 = 0$$

Resolviendo esta ecuación según el criterio del aspa simple se consigue:

$$x + y = 5 \vee x + y = -3$$

a) Con: $x + y = 5$, en (IV) se consigue:

$$xy = 6$$

Resolviendo estas dos ecuaciones, se obtiene:

$$x = 3 \wedge y = 2 \vee x = 2 \wedge y = 3$$

b) Con: $x + y = -3$, en (IV) se consigue:

$$xy = -10$$

Resolviendo estas dos ecuaciones, se obtiene:

$$x = -5 \wedge y = 2 \vee x = 2 \wedge y = -5$$

Finalmente se observa que el menor valor que asume x es -5 .

Rpta.: D

Resolución 42: Se sabe que si:

$$a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \Rightarrow a + b + c = 0 \vee a = b = c$$

En (I) tenemos:

$$x^3 + (-y)^3 + (-z)^3 = 3(x)(-y)(-z)$$

Aquí reconocemos que:

$$x - y - z = 0 \vee x = -y = -z$$

Por condición $x, y \wedge z$ son enteros no negativos, luego aceptamos $x - y - z = 0$

$$x = y + z \dots\dots (III)$$

Reemplazando (III) en (II):

$$x^2 = 2x$$

$$x^2 - 2x = 0$$

$$x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 2$$

En (III):

$$\text{Si } x = 0 \Rightarrow y = 0 \wedge z = 0$$

En (III):

$$\text{Si } x = 2 \Rightarrow y + z = 2$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{array}$$

Finalmente tenemos:

$$\text{C.S.} = \{(0; 0; 0), (2; 0; 2), (2; 2; 0), (2; 1; 1)\}$$

∴ El Sistema presenta 4 soluciones.

Rpta.: A**Resolución 43:** De (3) se plantea:

$$(x + y + z)^2 = 36$$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz) = 36$$

$$14 + 2(xy + xz + yz) = 36$$

$$2(xy + xz + yz) = 22$$

$$xy + xz + yz = 11 \dots\dots (4)$$

Efectuando (4) - (2):

$$2yz = 4$$

$$yz = 2 \dots\dots (5)$$

Reemplazando (5) en (4):

$$xy + xz + 2 = 11$$

$$xy + xz = 9$$

$$x \cdot (y + z) = 9 \dots\dots (6)$$

De (3) y (6) reconocemos que:

$$x = 3 \wedge y + z = 3$$

Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} y + z = 3 \\ yz = 2 \end{cases}$$

$$\text{tenemos } (y = 2 \wedge z = 1) \vee (y = 1 \wedge z = 2)$$

Finalmente como $x = 3$:

$$\text{C.S.} = \{(3; 2; 1), (3; 1; 2)\}$$

$$\therefore x - y + z = 2 \vee x - y + z = 4$$

Rpta.: C**Resolución 44:** De (1) tenemos:

$$\frac{x^2 + y^2}{xy} = \frac{25}{12}$$

$$12x^2 - 25xy + 12y^2 = 0$$

$$\begin{array}{ccc} & \uparrow & \\ 4x & \times & -3y \\ 3x & \times & -4y \end{array}$$

$$(4x - 3y)(3x - 4y) = 0$$

$$x = \frac{3y}{4} \vee x = \frac{4y}{3}$$

Si $x = \frac{4y}{3}$ en (2) tenemos:

$$\frac{16y^2}{9} - y^2 = 7$$

$$\frac{7y^2}{9} = 7$$

$$y^2 = 9 \Rightarrow y = 3$$

Como $x = \frac{4y}{3}$, luego $x = 4$. Por condición $x_0 = 4 \wedge y_0 = 3$

$$\therefore 2x_0 + 3y_0 = 17$$

Rpta.: B

Observación: Si $x = \frac{3y}{4}$ el sistema presenta solución de componentes imaginarias.

Resolución 45: Efectuando (1) + (2) + (3) tenemos:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2xz + 2yz = 18 - 12 + 30$$

$$(x + y + z)^2 = 36$$

$$x + y + z = 6 \vee x + y + z = -6$$

De (1) tenemos:

$$x(x + y + z) = 18 \dots\dots (4)$$

De (2) tenemos:

$$y(x + y + z) = -12 \dots\dots (5)$$

De (3) tenemos:

$$z(x + y + z) = 30 \dots\dots (6)$$

Si $x + y + z = 6$; en (4), (5) y (6) tenemos:

$$x = 3; y = -2 \wedge z = 5$$

Si $x + y + z = -6$; en (4), (5) y (6) tenemos:

$$x = -3; y = 2 \wedge z = -5$$

Finalmente tenemos:

$$C.S. = \{(3; -2; 5), (-3; 2; -5)\}$$

$$\therefore x - 2y + z = 12 \vee x - 2y + z = -12$$

Rpta.: E

Resolución 46: De acuerdo con la equivalencia de Argan'd en (1) tenemos:

$$(x + \sqrt{xy} + y)(x - \sqrt{xy} + y) = 481$$

$$(x + \sqrt{xy} + y)(13) = 481$$

$$x + \sqrt{xy} + y = 37 \dots\dots (3)$$

Efectuando (2) + (3) tenemos:

$$2x + 2y = 50$$

$$x + y = 25 \dots\dots\dots (4)$$

Reemplazando (4) en (3):

$$25 + \sqrt{xy} = 37$$

$$\sqrt{xy} = 12$$

$$xy = 144 \dots\dots (5)$$

De (4) y (5) tenemos:

$$(x = 9 \wedge y = 16) \vee (x = 16 \wedge y = 9)$$

$\therefore$ Mayor valor de $y = 16$

Rpta.: A

Resolución 47: Efectuando (1) + (2) + (3) + (4) tenemos:

$$4(x + y + z) = 2(xy + xz + yz) \dots\dots\dots (5)$$

Por trinomio al cuadrado:

$$(x + y + z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 + 2(xy + xz + yz)$$

Reemplazando (4) y (5) tenemos:

$$(x + y + z)^2 = 2 + 4(x + y + z)$$

$$(x + y + z)^2 - 4(x + y + z) = 2$$

$$(x + y + z)^2 - 4(x + y + z) + 4 = 6$$

$$[(x + y + z) - 2]^2 = 6$$

$$x + y + z - 2 = \sqrt{6}$$

$$\therefore x + y + z = 2 + \sqrt{6}$$

Rpta.: A

Resolución 48: De (1) tenemos:

$$x^2 + x + y^2 + y = 18$$

$$x(x + 1) + y(y + 1) = 18 \dots\dots (3)$$

De (2) tenemos:

$$xy(x + 1)(y + 1) = 72$$

$$[x(x + 1)][y(y + 1)] = 72 \dots\dots (4)$$

De (3) y (4) tenemos:

$$[x(x + 1) = 6 \wedge y(y + 1) = 12] \vee [x(x + 1) = 12 \wedge y(y + 1) = 6]$$

Aquí se plantea que:

$$\frac{x(x+1)}{\text{valor positivo}} = 6 \vee \frac{x(x+1)}{\text{valor positivo}} = 12$$

$$x = 2$$

$$x = 3$$

$\therefore \Sigma$ de valores positivos de $x = 5$

Rpta.: C

Resolución 49:

Según la diferencia de cuadrados, (2) se puede reescribir así:

$$\sqrt{(x+2y)(3x)} = 3$$

$$\sqrt{x+2y} \cdot \sqrt{3x} = 3 \dots\dots (3)$$

De (1) y (3) tenemos:

$$(\sqrt{x+2y} = 1 \wedge \sqrt{3x} = 3) \vee (\sqrt{x+2y} = 3 \wedge \sqrt{3x} = 1)$$

Aquí se plantea que:

$$\sqrt{3x} = 3 \vee \sqrt{3x} = 1$$

$$3x = 9 \vee 3x = 1$$

$$\therefore x = 3 \vee x = \frac{1}{3}$$

Rpta.: A

Resolución 50:

De (1) tenemos:

$$(x+y)^2 - xy = 13$$

$$(4)^2 - xy = 13$$

$$16 - xy = 13$$

$$xy = 3$$

Ahora veamos el nuevo sistema:

$$\begin{cases} x+y=4 \\ xy=3 \end{cases}$$

Como $x > y$:

$$x = 3 \wedge y = 1$$

$$\therefore x + 3y = 6$$

Rpta.: A

Resolución 51:

La ecuación propuesta se puede reescribir así:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 14 = 2x - 4y + 6z$$

$$x^2 - 2x + y^2 + 4y + z^2 - 6z + 14 = 0$$

Nótese que $14 = 1 + 4 + 9$, luego:

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 + z^2 - 6z + 9 = 0$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 0$$

Como $x, y, z \in \mathbb{R}$:

$$x-1 = 0 \wedge y+2 = 0 \wedge z-3 = 0$$

$$x = 1 \wedge y = -2 \wedge z = 3$$

$$\therefore x + y + z = 2$$

Rpta.: B

Resolución 52: El sistema dado es:

$$-3x^2 + xy + y^2 = 51 \quad \dots\dots (1)$$

$$-x^2 + 3xy - y^2 = 61 \quad \dots\dots (2)$$

En (1) hagamos $y = kx$:

$$-3x^2 + kx^2 + k^2x^2 = 51$$

$$x^2(k^2 + k - 3) = 51 \quad \dots\dots (3)$$

En (2) hagamos $y = kx$:

$$-x^2 + 3kx^2 - k^2x^2 = 61$$

$$x^2(-1 + 3k - k^2) = 61 \quad \dots\dots (4)$$

Al dividir (3) $\div$ (4) tenemos:

$$\frac{k^2 + k - 3}{-1 + 3k - k^2} = \frac{51}{61}$$

$$61k^2 + 61k - 183 = -51 + 153k - 51k^2$$

$$112k^2 - 92k - 132 = 0$$

$$28k^2 - 23k - 33 = 0$$

De donde el valor positivo de k es $\frac{11}{7}$, luego en (3) tenemos:

$$x^2 \left(\frac{121}{49} + \frac{11}{7} - 3 \right) = 51$$

$$\frac{51}{49}x^2 = 51$$

$$x^2 = 49$$

$$x = 7$$

Como $y = kx$, tenemos:

$$y = \frac{11}{7} \cdot 7$$

$$y = 11$$

$$\therefore 3x - 2y = -1$$

Rpta.: A

Resolución 53: Multiplicando (1) por 2:

$$8x^2 + 10xy - 4y^2 = 12a \dots\dots (3)$$

Multiplicando (2) por 5:

$$-5x^2 - 10xy + 5y^2 = -5a \dots\dots (4)$$

Efectuando (3) + (4):

$$3x^2 + y^2 = 7a$$

Como $x, y \in \mathbb{R}$ se plantea que:

$$3x^2 + y^2 \geq 0$$

$$7a \geq 0$$

$$\therefore a \geq 0$$

Rpta.: A**Resolución 54:** De (2) tenemos:

$$xy = c$$

$$y = \frac{c}{x} \dots\dots (3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$a^2x^2 + \frac{b^2c^2}{x^2} = 1$$

$$a^2x^4 - x^2 + b^2c^2 = 0$$

Por fórmula tenemos:

$$x^2 = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4a^2b^2c^2}}{2a^2}$$

Nótese que si el sistema admite únicamente dos soluciones, x podrá asumir solo dos valores; por tanto se debe cumplir que:

$$1 - 4a^2b^2c^2 = 0$$

$$a^2b^2c^2 = \frac{1}{4}$$

$$\therefore abc = \frac{1}{2} \vee abc = -\frac{1}{2}$$

Rpta.: C**Resolución 55:** El sistema es:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \dots\dots (1) \\ x + 2y = a \dots\dots (2) \end{cases}$$

De (2) tenemos:

$$x + 2y = a$$

$$x = a - 2y \dots (3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$\begin{aligned}(a - 2y)^2 + y^2 &= 1 \\ 5y^2 - 4ay + (a^2 - 1) &= 0 \dots\dots (4)\end{aligned}$$

Como la recta es tangente a la circunferencia el sistema planteado debe tener una sola solución, luego y debe asumir un solo valor.

En (4) se cumple que:

$$\begin{aligned}(-4a)^2 - 4(5)(a^2 - 1) &= 0 \\ 16a^2 - 20a^2 + 20 &= 0 \\ -4a^2 &= -20 \\ a^2 &= 5 \\ \therefore a &= \sqrt{5} \vee a = -\sqrt{5}\end{aligned}$$

Rpta.: D

Resolución 56: De acuerdo con la teoría si "n" es el número de soluciones del sistema se cumple que:

$$\begin{aligned}n &= [\text{Grado de (1)}] \cdot [\text{Grado de (2)}] \\ n &= 3 \cdot 3 \\ \therefore n &= 9\end{aligned}$$

Rpta.: E

Resolución 57: De (2) tenemos:

$$\begin{aligned}y^3 - y &= x^3 - x + xy^2 - x^2y \\ y^3 - x^3 - xy^2 + x^2y - y + x &= 0 \\ (y - x)(y^2 + xy + x^2) - xy(y - x) - (y - x) &= 0 \\ (y - x)(y^2 + xy + x^2 - xy - 1) &= 0 \\ (y - x)(x^2 + y^2 - 1) &= 0\end{aligned}$$

Como $y \neq x$, tenemos:

$$x^2 + y^2 = 1 \dots\dots\dots (3)$$

Elevando al cubo la relación (3):

$$\begin{aligned}(x^2 + y^2)^3 &= (1)^3 \\ x^6 + y^6 + 3(x^2y^2)(x^2 + y^2) &= 1 \\ x^6 + y^6 + 3x^2y^2 &= 1 \dots\dots (4)\end{aligned}$$

Reemplazando (4) en (1):

$$\begin{aligned}\sqrt[6]{1} &= 2xy - 3 \\ 1 &= 2xy - 3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2xy - 3 &= 1 \\ 2xy &= 4 \dots\dots (5) \end{aligned}$$

Efectuando (3) + (5):

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2xy &= 1 + 4 \\ (x + y)^2 &= 5 \\ \therefore x + y &= \pm\sqrt{5} \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 58: Sea "x" el jornal del obrero, los gastos que realiza trabajando o no; son el de alimentación y vivienda.
En alimentación:

$$\frac{2}{3}x$$

En habitación:

$$\frac{1}{5}x$$

Gasto diario:

$$\frac{2}{3}x + \frac{1}{5}x = \frac{13}{15}x$$

Gasto en un mes de 30 días:

$$30\left(\frac{13}{15}x\right) = 26x$$

Como estuvo enfermo 2 días, trabajó solo 28 días y su entrada fue de 28x.
Nótese que los gastos imprevistos son:

$$28x - 26x = 2x$$

Por condición:

$$\begin{aligned} 2x &= 180 \\ \therefore x &= 90 \end{aligned}$$

Rpta.: C

Resolución 59: Sea "T" el tiempo que tarda la luz del sol en llegar a la tierra.
 $d = V \cdot T \dots\dots\dots (1)$

Del enunciado:

$$d = 150\,000\,000\text{ km} \wedge V = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Ahora en (1) se tendrá:

$$150\,000\,000\text{ km} = \left(300\,000 \frac{\text{km}}{\text{s}}\right) \cdot T$$

$$T = 500 \text{ segundos}$$

$$\therefore T = 8' 20''$$

Rpta.: C

Resolución 60: Sea "d" la distancia de Lima a Huancayo.
La velocidad del primer tren será:

$$V_1 = \frac{d}{21}$$

La velocidad del segundo tren será:

$$V_2 = \frac{d}{14}$$

Sea "x" el tiempo empleado por el primer tren desde su salida hasta que es alcanzado por el segundo, luego su espacio recorrido será:

$$e_1 = \frac{d}{21} x$$

El segundo tren por salir dos horas después empleó (x - 2) horas y su espacio recorrido fue:

$$e_2 = \frac{d}{14} (x - 2)$$

Siendo el espacio recorrido por los dos el mismo:

$$\frac{d}{21} x = \frac{d}{14} (x - 2)$$

$$\frac{x}{3} = \frac{x - 2}{2}$$

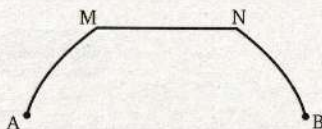
$$2x = 3x - 6$$

$$6 = x$$

∴ El segundo alcanza al primero a las 12 pm

Rpta.: D

Resolución 61: De acuerdo con el enunciado elaboramos la gráfica adjunta:



Sean x, y y z las longitudes de los tramos AM, MN y NB respectivamente. De acuerdo con la condición se cumple que:

$$x + y + z = \frac{23}{2} \text{ h} \dots\dots (1)$$

I. Viaje desde "A" hasta "B", la relación que existe en los tiempos empleados es

$$T(\text{AM}) + T(\text{MN}) + T(\text{NB}) = T_1$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 2\text{h } 54 \text{ min}$$

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = \frac{29}{10} \text{ h} \dots\dots (2)$$

I. Viaje desde "B" hasta "A".

$$T(BN) + T(NM) + T(MA) = T_2$$

$$\frac{z}{3} + \frac{y}{4} + \frac{x}{5} = 2\text{h } 6\text{ min}$$

$$\frac{x}{5} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = \frac{31}{10}\text{ h} \dots (3)$$

Resolviendo (1), (2) y (3) tenemos:

$$y = 4$$

$$\therefore \text{Longitud del camino llano} = 4\text{ km}$$

Rpta.: E

Resolución 62:

Sea "x" el tiempo que demora en llenarse el depósito abiertos los 4 grifos y 1 su capacidad.

El primer grifo en 3 horas llenará el depósito y en 1 hora llenará $\frac{1}{3}$ del depósito

El segundo grifo en 2 horas 30 min = $\frac{5}{2}$ horas llenará el depósito y en 1 hora llenará

$\frac{2}{5}$ del depósito.

El tercer grifo en 1 hora 30 min = $\frac{3}{2}$ horas llenará el depósito y en 1 hora llenará $\frac{2}{3}$

del depósito.

El cuarto grifo vaciará en 5 horas el depósito y en 1 hora vaciará $\frac{1}{5}$ del depósito.

En 1 hora los 4 grifos llenarán:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right) \text{ del depósito.}$$

y en "x" horas llenarán el depósito:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{5}\right)x = 1$$

$$\frac{6}{5}x = 1 \Rightarrow x = \frac{5}{6} \text{ de hora}$$

$$x = \frac{5}{6} \text{ h} \left(\frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}}\right)$$

$$\therefore x = 50 \text{ min}$$

Rpta.: D

Resolución 63: Sea "x" el tiempo que demora el primero en realizar la tarea, entonces el segundo se demora $(x + 10)$ horas.

En 1 hora el primero hace $\frac{1}{x}$ de la tarea

En 1 hora el segundo hace $\frac{1}{x + 10}$ de la tarea

Los dos juntos hacen la tarea en 12h, luego en 1 hora hacen $\frac{1}{12}$ de la tarea

Ahora se cumple que:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x + 10} = \frac{1}{12}$$

$$\frac{2x + 10}{x^2 + 10x} = \frac{1}{12}$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0$$

$$(x - 20)(x + 6) = 0$$

$$x = 20 \vee x = -6$$

Fácilmente reconocemos que $x = 20$

$\therefore$ El segundo obrero realiza la tarea en 30 horas.

Rpta.: C

Resolución 64: Sea "x" la edad actual de Liz, entonces en un cuadro de tiempo tenemos:

Hace 4 años	Presente	Dentro de 12 años
$x - 4$	x	$x + 12$

Por condición tenemos:

$$x + 12 = 2(x - 4)$$

$$x + 12 = 2x - 8$$

$$20 = x$$

$\therefore$ Liz tiene 20 años

Rpta.: D

Resolución 65: Llevando toda la información del enunciado a un cuadro:

Personas	Presente	Futuro
Juan	28	x
Carlos	x	56

Dado que la diferencia de edades se mantiene constante, se cumple que:

$$28 - x = x - 56$$

$$84 = 2x$$

$$42 = x$$

∴ Carlos tiene 42 años

Rpta.: C

Resolución 66: Si x es el número de libros comprados, es evidente que $x > 0$.
Por condición los "x" libros costaron S/ 180.00. Luego cada libro costó:

$$\frac{180}{x}$$

Si el número de libros hubiera sido (x-6), el precio de cada libro hubiera sido:

$$\frac{180}{x-6}$$

Ahora por condición:

$$\frac{180}{x-6} = \frac{180}{x} + 1$$

$$x^2 - 6x - 1080 = 0$$

$$(x - 36)(x + 30) = 0$$

$$x = 36 \vee x = -30$$

∴ $x = 36$

Rpta.: D

Resolución 67: I. Área inicial = (40)(26)
II. Área final = (40 + x)(26 + x)
Por condición:

$$(40)(26) + 432 = (40 + x)(26 + x)$$

$$1472 = 1040 + 66x + x^2$$

$$x^2 + 66x - 432 = 0$$

$$(x - 6)(x + 72) = 0$$

$$x = 6 \vee x = -72$$

∴ $x = 6$

Rpta.: B

Resolución 68: Nótese que 2019 no es un año bisiesto, por lo tanto febrero tendrá 28 días y el año 365 días respectivamente. Si x es el número de hojas arrancadas del almanaque, entonces faltarán arrancar $(365 - x)$ hojas.
Por condición:

$$x = \frac{3}{8}(365 - x) + 2$$

$$x = 101$$

Es decir se arrancaron 101 hojas, las cuales corresponden a:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Enero : 31 hojas} \\ \text{Febrero : 28 hojas} \\ \text{Marzo : 31 hojas} \end{array} \right\} 90 \text{ hojas}$$

Faltan arrancar 11 hojas, esto significa que del mes de abril han transcurrido 11 días.

$\therefore$ El día buscado es 12 de abril.

Rpta.: B

Resolución 69: Sean " x " $\wedge$ " y " los números de galones de aceite que poseen los cilindros respectivamente.
Por condición:

$$x + y = 688 \dots\dots (1)$$

Si del primer cilindro se sacan $\frac{x}{4}$ galones, quedan $\frac{3x}{4}$

Si del segundo cilindro se sacan $\frac{2y}{5}$ galones, quedan $\frac{3y}{5}$

Por condición:

$$\frac{3x}{4} = \frac{3y}{5} + 30$$

$$5x - 4y = 200 \dots\dots (2)$$

De (1) y (2) tenemos:

$$x = 328 \wedge y = 360$$

Rpta.: B

Resolución 70: Por condición:

$$\left| \begin{array}{cc|cc} m & -1 & -4 & m \\ n & 2 & 5 & n \end{array} \right|$$

$$2m + n = -4n - 5m$$

$$5n = -7m$$

Nótese que:

$$(m = 5 \wedge n = -7) \vee (m = -5 \wedge n = 7)$$

Observa que el sistema que origina $x_0 \wedge y_0$ es:

$$\begin{cases} -4x - y = m \\ 5x + 2y = n \end{cases}$$

Donde:

$$d = \begin{vmatrix} -4 & -1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = -8 + 5 = -3$$

Finalmente tenemos:

$$\text{I) Si } m = -5; n = 7 \wedge d = -3 \\ \Rightarrow m + n + d = -1$$

$$\text{II) Si } m = 5; n = -7 \wedge d = -3 \\ \Rightarrow m + n + d = -5$$

Rpta.: B

Resolución 71:

Si el sistema tiene infinitas soluciones se cumple que:

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{a} = \frac{c}{b}$$

$$* \frac{a}{c} = \frac{b}{a} \Rightarrow a^2 = bc$$

$$* \frac{b}{a} = \frac{c}{b} \Rightarrow b^2 = ac$$

$$* \frac{a}{c} = \frac{c}{b} \Rightarrow c^2 = ab$$

Sumando miembro a miembro tenemos:

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$$

Rpta.: A

Resolución 72:

Con respecto al sistema lineal, según la gráfica tenemos:

- I. Representa un sistema compatible indeterminado, por tanto la proposición p es falsa.
- II. Representa un sistema incompatible por tanto la proposición q es falsa.
- III. Representa un sistema compatible determinado, por tanto la proposición es verdadera.

$\therefore$ Combinación correcta = FFV

Rpta.: E

Resolución 73: Según la teoría se cumple que:

$$\frac{a-2}{8} = \frac{a+1}{a+8} \neq \frac{a+4}{30}$$

$$a^2 + 6a - 16 = 8a + 8$$

$$a^2 - 2a - 24 = 0$$

$$(a-6)(a+4) = 0$$

$$a = 6 \vee a = -4$$

∴ El mayor valor de "a" es 6

Rpta.: D

Resolución 74: Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} nx - y = 5 \dots (1) \\ 2x + 3ny = 7 \dots (2) \end{cases}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 7 & 3n \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & -1 \\ 2 & 3n \end{vmatrix}} = \frac{15n + 7}{3n^2 + 2}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} n & 5 \\ 2 & 7 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & -1 \\ 2 & 3n \end{vmatrix}} = \frac{7n - 10}{3n^2 + 2}$$

Por condición $x > 0$, luego:

$$\frac{15n + 7}{3n^2 + 2} > 0$$

$$15n + 7 > 0$$

$$n > -\frac{7}{15} \dots (3)$$

Por condición $y < 0$, luego:

$$\frac{7n - 10}{3n^2 + 2} < 0$$

$$7n - 10 < 0$$

$$n < \frac{10}{7} \dots (4)$$

Como $n \in \mathbb{Z}$ de (3) y (4):

$$n = 0 \vee n = 1$$

∴ Σ de valores de $n = 1$

Rpta.: B

Resolución 75: Resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} (a+b)x + (a-b)y = 2(a^2 + b^2 + a) \dots (1) \\ (a-b)x - (a+b)y = -2b \dots (2) \end{cases}$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 2(a^2 + b^2 + a) & (a-b) \\ -2b & -(a+b) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (a+b) & (a-b) \\ (a-b) & -(a+b) \end{vmatrix}} = \frac{2(a^2 + b^2 + a)(-a-b) - (-2b)(a-b)}{(a+b)(-a-b) - (a-b)^2}$$

$$x = \frac{-2a^3 - 2ab^2 - 2a^2 - 2a^2b - 2b^3 - 2b^2}{-(a+b)^2 - (a-b)^2}$$

$$x = a + b + 1$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} (a+b) & 2(a^2 + b^2 + a) \\ (a-b) & -2b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (a+b) & (a-b) \\ (a-b) & -(a+b) \end{vmatrix}} = \frac{(a+b)(-2b) - 2(a^2 + b^2 + a)(a-b)}{(a+b)(-a-b) - (a-b)^2}$$

$$y = \frac{2b^2 - 2a^3 - 2ab^2 - 2a^2 + 2a^2b + 2b^3}{-(a+b)^2 - (a-b)^2}$$

$$y = a - b + 1$$

Finalmente tenemos:

$$\frac{x-y}{2} = \frac{a+b+1-a+b-1}{2}$$

$$\therefore \frac{x-y}{2} = b$$

Rpta.: B**Resolución 76:** El sistema dado es:

$$\begin{cases} (k-1)x - 4y = k + 11 \dots (1) \\ x - (k+2)y = -2 \dots (2) \end{cases}$$

I. Compatible indeterminado

$$\frac{k-1}{1} = \frac{-4}{-(k+2)} = \frac{k+11}{-2}$$

$$k-1 = \frac{4}{k+2} = -\frac{k+11}{2} \dots (3)$$

$$* k-1 = \frac{4}{k+2} \Rightarrow k^2 + k - 2 = 4$$

$$k^2 + k - 6 = 0$$

$$(k+3)(k-2) = 0$$

$$k = -3 \vee k = 2$$

Aquí reconocemos que $k = -3$ verifica (3) por tanto $k_1 = -3$

II. Inconsistente

$$\frac{k-1}{1} = \frac{-4}{-(k+2)} \neq \frac{k+11}{-2}$$

$$k-1 = \frac{4}{k+2} \neq -\frac{k+11}{2} \dots\dots (3)$$

$$* k-1 = \frac{4}{k+2} \Rightarrow k^2+k-2=4$$

$$k^2+k-6=0$$

$$(k+3)(k-2)=0$$

$$k=-3 \vee k=2$$

Aquí reconocemos que $k = 2$ verifica (3) por tanto $k_2 = 2$

Finalmente tenemos:

$$k_1 - k_2 = -3 - 2$$

$$\therefore k_1 - k_2 = -5$$

Rpta.: A

Resolución 77: El sistema indeterminado es:

$$\begin{cases} (a-1)x + ay = 4 \dots (1) \\ (a+1)x + (a+3)y = 8 \dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} (a-1)x + ay = 4 \dots (1) \\ (a+1)x + (a+3)y = 8 \dots (2) \end{cases}$$

Según la teoría:

$$\frac{a-1}{a+1} = \frac{a}{a+3} = \frac{4}{8} \dots\dots (3)$$

$$* \frac{a-1}{a+1} = \frac{a}{a+3} \Rightarrow a^2+2a-3=a^2+a$$

$$a=3$$

Aquí reconocemos que $a = 3$ verifica (3):

$$\therefore a = 3$$

Rpta.: A

Resolución 78: Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ -1 & -b \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & 2 \\ 3 & -b \end{vmatrix}} = \frac{6b-2}{ab+6}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} a & 6 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & 2 \\ 3 & -b \end{vmatrix}} = \frac{a+18}{ab+6}$$

Por condición $a > 0 \wedge b > 1$, luego los numeradores de x y y son positivos; así mismo el denominador también es positivo.

En conclusión $x, y > 0$

$\therefore$ En las afirmaciones I(F), II(F), III(F)

Rpta.: E

Resolución 79: Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2(1-\sqrt{2}) \\ 6 & 3(1+\sqrt{2}) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3(1+\sqrt{2}) & 2(1-\sqrt{2}) \\ 2(1-\sqrt{2}) & 3(1+\sqrt{2}) \end{vmatrix}} = \frac{6+30\sqrt{2}}{15+26\sqrt{2}}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 3(1+\sqrt{2}) & 6 \\ 2(1-\sqrt{2}) & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3(1+\sqrt{2}) & 2(1-\sqrt{2}) \\ 2(1-\sqrt{2}) & 3(1+\sqrt{2}) \end{vmatrix}} = \frac{6+30\sqrt{2}}{15+26\sqrt{2}}$$

Aquí reconocemos que $x - y = 0$

$$\therefore 2(x - y) = 0$$

Rpta.: E

Resolución 80: El sistema dado es:

$$\begin{cases} 3mx + 6y = 2 \dots (1) \\ 2x + my = 1 \dots (2) \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{2m-6}{3m^2-12}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 3m & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{3m-4}{3m^2-12}$$

En el conjunto A: $x - 1 \geq y$

$$\frac{2m-6}{3m^2-12} - 1 \geq \frac{3m-4}{3m^2-12}$$

$$\frac{-3m^2 - m + 10}{3m^2 - 12} \geq 0$$

$$\frac{3m^2 + m - 10}{m^2 - 4} \leq 0$$

$$\frac{(3m-5)(m+2)}{(m+2)(m-2)} \leq 0$$

$$\frac{3m-5}{m-2} \leq 0; m \neq -2$$

En forma equivalente:

$$\frac{5}{3} \leq m < 2$$

$$\therefore m \in \left[\frac{5}{3}; 2 \right)$$

Rpta.: E

Resolución 81: Resolviendo el sistema:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 1 & m \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{2m-6}{3m^2-12} = \frac{2m-6}{3(m+2)(m-2)}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 3m & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3m & 6 \\ 2 & m \end{vmatrix}} = \frac{3m-4}{3m^2-12} = \frac{3m-4}{3(m+2)(m-2)}$$

De la región R se cumple que:

$$y > x \wedge y > -x$$

$$\frac{3m-4}{3(m+2)(m-2)} > \frac{2m-6}{3(m+2)(m-2)} \wedge \frac{3m-4}{3(m+2)(m-2)} > \frac{6-2m}{3(m+2)(m-2)}$$

$$\frac{m+2}{3(m+2)(m-2)} > 0 \wedge \frac{5m-10}{3(m+2)(m-2)} > 0$$

$$\underbrace{m-2 > 0 \wedge m+2 > 0}$$

$$m-2 > 0$$

$$m > 2$$

$$\therefore m \in (2; \infty)$$

Rpta.: D

Resolución 82: Del enunciado: x = Número de niños y = Número de niñas

$$* \frac{x}{y-15} = \frac{2}{1} \Rightarrow x = 2y - 30 \quad \dots\dots (1)$$

$$* \frac{x-45}{y-15} = \frac{1}{5} \Rightarrow 5x - 225 = y - 15$$

$$x = \frac{y+210}{5} \quad \dots (2)$$

Igualando (1) con (2):

$$2y - 30 = \frac{y+210}{5}$$

$$10y - 150 = y + 210$$

$$9y = 360$$

$$\therefore y = 40$$

Rpta.: B**Resolución 83:** El sistema dado es:

$$\begin{cases} x + y + z = 5 & \dots (1) \\ x - y + z = m & \dots (2) \\ 2x + y - z = 3 & \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) - (2):

$$2y = 5 - m$$

$$y = \frac{5-m}{2} \quad \dots\dots (4)$$

Efectuando (2) + (3):

$$3x = m + 3$$

$$x = \frac{m+3}{3} \quad \dots\dots (5)$$

Reemplazando (4) y (5) en (1):

$$\frac{m+3}{3} + \frac{5-m}{2} + z = 5$$

$$\frac{21-m}{6} + z = 5$$

$$z = \frac{m+9}{6}$$

Por condición $x \geq 0 \wedge y \geq 0 \wedge z \geq 0$:

$$\frac{m+3}{3} \geq 0 \wedge \frac{5-m}{2} \geq 0 \wedge \frac{m+9}{6} \geq 0$$

$$m + 3 \geq 0 \wedge 5 - m \geq 0 \wedge m + 9 \geq 0$$

$$m \geq -3 \wedge m \leq 5 \wedge m \geq -9$$

$$\underline{-3 \leq m \leq 5}$$

$$m \in [-3; 5]$$

$$\therefore A = [-3; 5]$$

Rpta.: D

Resolución 84: El sistema dado es:

$$\begin{cases} x - y + 3z = -4 \dots (1) \\ x + y + z = 2 \dots (2) \\ x + 2y - z = 6 \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2):

$$x + 2z = -1 \dots (4)$$

Efectuando 2(2) - (3):

$$x + 3z = -2 \dots (5)$$

Efectuando (5) - (4):

$$3z - 2z = -2 - (-1)$$

$$\therefore z = -1$$

Rpta.: A

Resolución 85: El sistema dado es:

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \dots (1) \\ 3x - 2y - z = 4 \dots (2) \\ -2x + y + 2z = 2 \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2):

$$4x - y = 6 \dots (4)$$

Efectuando 2(2) + (3):

$$4x - 3y = 10 \dots (5)$$

Efectuando (4) - (5):

$$\begin{aligned} 2y &= -4 \\ y &= -2 \dots (6) \end{aligned}$$

Reemplazando (6) en (4):

$$\begin{aligned} 4x + 2 &= 6 \\ x &= 1 \dots (7) \end{aligned}$$

Reemplazando (6) y (7) en (1):

$$\begin{aligned} 1 - 2 + z &= 2 \\ z &= 3 \\ \therefore yz &= -6 \end{aligned}$$

Rpta.: B

Resolución 86: Reescribiendo el sistema:

$$\begin{cases} 3x + y + z = 9 & \dots (1) \\ y - z = 3 & \dots (2) \\ 15x - y = 26 & \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2):

$$3x + 2y = 12 \dots (4)$$

Efectuando 2(3) + (4):

$$33x = 64$$

$$x = \frac{64}{33} \dots (5)$$

Reemplazando (5) en (4):

$$\frac{64}{11} + 2y = 12$$

$$y = \frac{34}{11} \dots (6)$$

Reemplazando (6) en (2):

$$\frac{34}{11} - z = 3$$

$$z = \frac{1}{11} \dots (7)$$

Finalmente de (5), (6) y (7):

$$x \cdot y \cdot z = \frac{64}{33} \cdot \frac{34}{11} \cdot \frac{1}{11}$$

$$\therefore xyz = \frac{2176}{3993}$$

Rpta.: C

Resolución 87: El sistema consistente verifica que::

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -1 & k \end{vmatrix} \neq 0$$

Efectuando $C_1 + C_2$:

$$\begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 3 & -3 & 1 \\ k+3 & -1 & k \end{vmatrix} \neq 0$$

Efectuando $C_2 + 2C_3$:

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \\ k+3 & 2k-1 & k \end{vmatrix} \neq 0$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\begin{aligned} (-1) \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ k+3 & 2k-1 \end{vmatrix} &\neq 0 \\ 6k-3+k+3 &\neq 0 \\ 7k &\neq 0 \\ k &\neq 0 \end{aligned}$$

Finalmente tenemos:

$$\begin{aligned} A &= \langle -\infty; 0 \rangle \cup \langle 0; \infty \rangle \\ A^c &= \{0\} \\ \therefore \text{menor elemento de } A^c &= 0 \end{aligned}$$

Rpta.: C

Resolución 88: El sistema dado es:

$$\begin{cases} x + (m-1)y - z = 0 & \dots (1) \\ (m-1)x + 3y + z = m & \dots (2) \\ y + z = 1 & \dots (3) \end{cases}$$

Calculando los determinantes que intervienen en la solución del sistema.

$$* \Delta_S = \begin{vmatrix} 1 & m-1 & -1 \\ m-1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Según la regla de Sarrus

$$\begin{aligned} \Delta_S &= -m^2 + m + 2 \\ \Delta_S &= -(m^2 - m - 2) \\ \Delta_S &= -(m-2)(m+1) \end{aligned}$$

$$* \Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & m-1 & -1 \\ m & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $F_2 + F_1$ y $F_3 + F_1$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 0 & m-1 & -1 \\ m & m-2 & 0 \\ 1 & m & 0 \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\begin{aligned} \Delta_x &= (-1) \begin{vmatrix} m & m+2 \\ 1 & m \end{vmatrix} \\ \Delta_x &= -(m-2)(m+1) \end{aligned}$$

$$* \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ m-1 & m & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $C_1 + C_3$:

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ m & m & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = 0$$

$$* \Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & m-1 & 0 \\ m-1 & 3-m & m \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Según la regla de Sarrus

$$\Delta_z = -m^2 + m + 2$$

$$\Delta_z = -(m-2)(m+1)$$

Nótese que:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s}; y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} \wedge z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s}$$

$$x = \frac{-(m-2)(m+1)}{-(m-2)(m+1)}$$

$$y = \frac{0}{-(m-2)(m+1)}$$

$$z = \frac{-(m-2)(m+1)}{-(m-2)(m+1)}$$

Finalmente en cada proposición tenemos:

I. Verdadero (V)

$$\begin{aligned} \text{En efecto } -(m-2)(m+1) &\neq 0 \\ m &\neq 2; m \neq -1 \\ m &\in \mathbb{R} - \{-1; 2\} \end{aligned}$$

II. Verdadero (V)

En efecto si $m = -1$, el sistema es compatible indeterminado.

III. Falso (F)

En efecto si $m = 2$, el sistema es compatible indeterminado.

$\therefore$ Combinación correcta = VVF

Rpta.: B

Resolución 89: Reescribiendo el sistema:

$$\begin{cases} 6x + 5y = -6z & \dots (1) \\ 5x + 3y = -4z & \dots (2) \end{cases}$$

$$* x = \frac{\Delta_x}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} -6z & 5 \\ -4z & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = -\frac{2z}{7}$$

$$* y = \frac{\Delta_y}{\Delta_s} = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -6z \\ 5 & -4z \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 5 \\ 5 & 3 \end{vmatrix}} = -\frac{6z}{7}$$

Nótese que la solución del sistema es:

$$(x; y; z) = \left(-\frac{2z}{7}; -\frac{6z}{7}; z \right)$$

Por condición tenemos:

$$x_0 = -\frac{2z}{7}$$

$$y_0 = -\frac{6z}{7}$$

$$z_0 = z$$

Sumando tenemos:

$$x_0 + y_0 + z_0 = -\frac{2z}{7} - \frac{6z}{7} + z$$

$$-1 = -\frac{z}{7}$$

$$z = 7$$

Finalmente tenemos:

$$x_0 = -2; y_0 = -6 \wedge z_0 = 7$$

$$\therefore \min \{-2; -6; 7\} = -6$$

Rpta.: B**Resolución 90:** Reescribiendo el sistema:

$$\begin{cases} x - y = -z & \dots\dots (1) \\ 2x + 3y = 750 - 4z & \dots (2) \end{cases}$$

Efectuando $3(1) + (2)$:

$$5x = 750 - 7z$$

$$x = \frac{750 - 7z}{5} \dots\dots (3)$$

Reemplazando (3) en (1):

$$\frac{750 - 7z}{5} - y = -z$$

$$y = z + \frac{750 - 7z}{5}$$

$$y = \frac{750 - 2z}{5} \dots\dots\dots (4)$$

Por condición "x" es el menor entero positivo, luego en (3) z debe ser el mayor entero positivo múltiplo de cinco.

$$\frac{750 - 7z}{5} > 0$$

$$750 - 7z > 0$$

$$z < 107,1$$

Aquí reconocemos que $z = 105$, luego de reemplazar en (3) y (4) obtenemos:

$$x = 3 \wedge y = 108$$

$$\therefore x + y + z = 216$$

Rpta.: C

Resolución 91: El sistema dado es:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{z} = 6 \dots\dots (1) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4 \dots\dots (2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{x} \dots\dots (3) \end{array} \right.$$

Efectuando (1) + (2):

$$\frac{2}{x} = 10$$

$$x = \frac{1}{5} \dots\dots (4)$$

Efectuando (2) + (3):

$$\frac{2}{z} = 4$$

$$z = \frac{1}{2} \dots\dots (5)$$

Reemplazando (4) y (5) en (3):

$$\frac{1}{y} + 2 = 5 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$$

$$\therefore xyz = \frac{1}{30}$$

Rpta.: A

Resolución 92: El sistema dado es:

$$\begin{cases} \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \dots\dots (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{c} + \frac{y}{a} + \frac{z}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \dots\dots (3) \end{cases}$$

Sean $\frac{1}{a} = m$; $\frac{1}{b} = n$ y $\frac{1}{c} = p$, luego el sistema será:

$$\begin{cases} mx + ny + pz = m + n + p \dots\dots (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} nx + py + mz = m + n + p \dots\dots (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} px + my + nz = m + n + p \dots\dots (3) \end{cases}$$

Resolviendo el sistema:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} m & n & p \\ n & p & m \\ p & m & n \end{vmatrix}$$

Efectuando $c_1 + c_2 + c_3$:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} m+n+p & n & p \\ m+n+p & p & m \\ m+n+p & m & n \end{vmatrix}$$

$$\Delta_s = (m+n+p) \begin{vmatrix} 1 & n & p \\ 1 & p & m \\ 1 & m & n \end{vmatrix}$$

Efectuando $F_2 - F_1$; $F_3 - F_1$:

$$\Delta_s = (m+n+p) \begin{vmatrix} 1 & n & p \\ 0 & p-n & m-p \\ 0 & m-n & n-p \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\Delta_s = (m+n+p) \begin{vmatrix} p-n & m-p \\ m-n & n-p \end{vmatrix} \dots\dots (4)$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} m & n & m+n+p \\ n & p & m+n+p \\ p & m & m+n+p \end{vmatrix}$$

$$\Delta_z = (m+n+p) \begin{vmatrix} m & n & 1 \\ n & p & 1 \\ p & m & 1 \end{vmatrix}$$

Efectuando $F_2 - F_1$; $F_3 - F_1$:

$$\Delta_z = (m+n+p) \begin{vmatrix} m & n & 1 \\ n-m & p-n & 0 \\ p-m & m-n & 0 \end{vmatrix}$$

Por el teorema de Jacobi:

$$\Delta_z = (m+n+p) \begin{vmatrix} n-m & p-n \\ p-m & m-n \end{vmatrix} \dots (5)$$

Finalmente de (4) y (5):

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s}$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} n-m & p-n \\ p-m & m-n \\ m-n & n-p \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n-m & p-n \\ p-m & m-n \\ m-n & n-p \end{vmatrix}}$$

$$z = \frac{(m-n)(n-m) - (p-n)(p-m)}{(p-n)(n-p) - (m-n)(m-p)}$$

$$\therefore z = 1$$

Rpta.: A

Resolución 93:

Del enunciado consideremos "x" libras del alimento A, "y" libras del alimento B, "z" libras del alimento C. Del cuadro:

$$\begin{cases} 6x + 6y + 4z = 60 & \dots (1) \\ 5x + 6y + 7z = 75 & \dots (2) \\ 5x + 4y + 5z = 55 & \dots (3) \end{cases}$$

$$* \Delta_s = \begin{vmatrix} 6 & 5 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 5 & 4 & 5 \end{vmatrix}$$

Según la regla de Sarrus:

$$\Delta_s = -168 + 200$$

$$\Delta_s = 32$$

$$* \Delta_z = \begin{vmatrix} 6 & 6 & 60 \\ 5 & 6 & 75 \\ 5 & 4 & 55 \end{vmatrix}$$

Según la regla de Sarrus:

$$\Delta_z = 780 - 600$$

$$\Delta_z = 180$$

Finalmente tenemos:

$$z = \frac{\Delta_z}{\Delta_s} = \frac{180}{32} \text{ Libras}$$

$$z = \frac{180}{32} \text{ Lb} \left(\frac{16 \text{ onz}}{1 \text{ Lb}} \right)$$

$$z = \frac{180}{2} = 90 \text{ onzas}$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 14

Resolución 94: Del enunciado consideramos:

2x libras de cacahuete de \$ 3 por libra
 x libras de cacahuete de \$ 4 por libra
 y libras de nueces de \$ 8 por libra

Según precio medio:

$$\frac{3(2x) + 4(x) + 8(y)}{2x + x + y} = 6$$

$$\frac{6x + 4x + 8y}{140} = 6$$

$$10x + 8y = 840$$

$$5x + 4y = 420 \dots\dots (1)$$

Por condición tenemos:

$$2x + x + y = 140$$

$$3x + y = 140 \dots\dots (2)$$

Efectuando $3(1) - 5(2)$:

$$12y - 5y = 1260 - 700$$

$$7y = 560$$

$$\therefore y = 80 \text{ libras}$$

Rpta.: D**Resolución 95:** Consideremos que:

\$ x por flete de cada caja pequeña
 \$ y por flete de cada caja grande

Del enunciado tenemos:

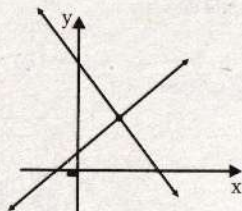
$$\begin{cases} 8x + 5y = 184 \dots\dots (1) \\ y - x = 3 \dots\dots (2) \end{cases}$$

Efectuando $(1) + 8(2)$:

$$13y = 208$$

$$y = 16 \wedge x = 13$$

En forma gráfica:

**Rpta.: B**

Resolución 96: En cada inecuación del sistema:

* En la primera:

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}xy$$

$$x^2 + y^2 - 2xy = \frac{5}{2}xy - 2xy$$

$$(x - y)^2 = \frac{xy}{2} \dots\dots (3)$$

* En la segunda:

$$x - y = \frac{1}{4}xy$$

Ahora en (3) tenemos:

$$\frac{(xy)^2}{16} = \frac{xy}{2}$$

Considerando que $xy \neq 0$, tenemos:

$$xy = 8$$

Finalmente en (1) tenemos:

$$x^2 + y^2 = \frac{5}{2}(8)$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 20$$

Rpta.: C

Resolución 97: El sistema dado es:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 7 & \dots\dots (1) \\ xy(x + y) = -2 & \dots\dots (2) \end{cases}$$

Efectuando $(1) + 3(2)$:

$$x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = 7 - 6$$

$$(x + y)^3 = 1$$

$$\therefore x + y = 1$$

Rpta.: C

Resolución 98: En cada afirmación tenemos:

I. Si $xyz = 0$, el sistema es:

$$\begin{cases} 3xy + 2yz - xz = 0 & \dots (1) \\ 4xy - 2yz + 2xz = 0 & \dots (2) \\ -xy + 3yz + 4xz = 0 & \dots (3) \end{cases}$$

Efectuando (1) + (2) + (3):

$$6xy + 3yz + 5xz = 0$$

Como $xyz = 0$; es suficiente que $x = 0$, luego tenemos que:

$$3yz = 0$$

$$yz = 0$$

De esto último es suficiente que $y = 0$, en consecuencia para la condición dada la solución del sistema viene dada por $(x; y; z) = (0; 0; z)$ donde $z \in \mathbb{R}$.

Fácilmente podemos reconocer que existen otras soluciones aparte de la trivial.

$\Rightarrow$ la afirmación es falsa (F).

II. Si $xyz \neq 0$ podemos dividir a cada ecuación del sistema por xyz :

$$\begin{cases} \frac{3}{z} + \frac{2}{x} - \frac{1}{y} = 4 \dots (1) \\ \frac{4}{z} - \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 3 \dots (2) \\ -\frac{1}{z} + \frac{3}{x} + \frac{4}{y} = -1 \dots (3) \end{cases}$$

Veamos al determinante del sistema:

$$\Delta_s = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & -2 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_s = -92 \neq 0$$

Como $\Delta_s \neq 0$, se afirma que el sistema tiene solución única.

$\Rightarrow$ la afirmación es verdadera (V)

III. Si $y = 1$ el sistema es:

$$\begin{cases} 3x + 2z - xz = 4xz \Rightarrow 3x + 2z = 5xz & \dots (1) \\ 4x - 2z + 2xz = 3xz \Rightarrow 4x - 2z = xz & \dots (2) \\ -x + 3z + 4xz = -xz \Rightarrow -x + 3z = -5xz & \dots (3) \end{cases}$$

Resolviendo con (1) y (2) tenemos:

$$x = \frac{14}{17} \wedge z = \frac{7}{6}$$

Fácilmente podemos reconocer que los valores obtenidos no verifican la ecuación (3), por tanto el sistema no tiene solución.

$\Rightarrow$ la afirmación es verdadera (V)

$\therefore$ Combinación correcta = FVV

Rpta.: D

Resolución 99:

El sistema dado es:

$$\begin{cases} (x+y) + (2x^2 - y^2) = -17 \dots\dots (1) \\ (x-y) - 2(2x^2 - y^2) = 12 \dots\dots (2) \end{cases}$$

Efectuando $2(1) + 3(2)$:

$$\begin{aligned} 2(x+y) + 3(x-y) &= -34 + 36 \\ 5x - y &= 2 \\ 5x - 2 &= y \dots\dots (3) \end{aligned}$$

Reemplazando (3) en (1):

$$\begin{aligned} x + 5x - 2 + 3[2x^2 - (5x - 2)^2] &= -17 \\ 6x - 2 + 3(-23x^2 + 20x - 4) &= -17 \\ 6x - 2 - 69x^2 + 60x - 12 &= -17 \\ -69x^2 + 66x + 3 &= 0 \\ 23x^2 - 22x - 1 &= 0 \\ (23x + 1)(x - 1) &= 0 \\ 23x + 1 = 0 \vee x - 1 = 0 \\ x = -\frac{1}{23} \vee x = 1 \end{aligned}$$

En (3)

$$x = -\frac{1}{23} \Rightarrow y = -\frac{51}{23}$$

Aquí tenemos

$$x + y = -\frac{52}{23} \dots\dots (4)$$

En (3) si

$$x = 1 \Rightarrow y = 3$$

Aquí tenemos

$$x + y = 4$$

Finalmente de (4) y (5) conseguimos:

$$\Sigma \text{ de valores} = 4 - \frac{52}{23} = \frac{40}{23}$$

Rpta.: B

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 14

Resolución 100: Supongamos una ecuación cuadrática en T de raíces $x \wedge y$, luego se cumple que $x + y = S \wedge xy = p$. El sistema dado es:

$$\begin{cases} p^2 - 5p + 6 = 0 \dots\dots (1) \\ S^2 - 7S + 12 = 0 \dots\dots (2) \end{cases}$$

De (1) : $p = 2 \vee p = 3$ y de (2) : $S = 3 \vee S = 4$

$$* \text{ Si } p = 2 \wedge S = 3 \Rightarrow T^2 - 3T + 2 = 0$$

La ecuación tiene 2 soluciones reales diferentes.

$$* \text{ Si } p = 2 \wedge S = 4 \Rightarrow T^2 - 4T + 2 = 0$$

La ecuación tiene 2 soluciones reales diferentes.

$$* \text{ Si } p = 3 \wedge S = 3 \Rightarrow T^2 - 3T + 3 = 0$$

La ecuación no tiene solución real ($\Delta < 0$).

$$* \text{ Si } p = 3 \wedge S = 4 \Rightarrow T^2 - 4T + 3 = 0$$

La ecuación tiene 2 soluciones reales diferentes.

$\therefore$ La ecuación presenta 6 soluciones reales y diferentes

Rpta.: D

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. Calcular del sistema:

$$\begin{cases} 6x - 5y = -9 & \dots (1) \\ 4x + 3y = 13 & \dots (2) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

2. Obtener "y" del sistema:

$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 & \dots (1) \\ 4x - 3 = 5y & \dots (2) \end{cases}$$

- A) 5 B) 3 C) 1
D) -1 E) -3

3. Resolver:

$$\begin{cases} 3(x+2) = 2y & \dots (1) \\ 2(y+5) = 7x & \dots (2) \end{cases}$$

- A) {(2; 1)} B) {(3; 4)}
C) {(5; 9)}
D) {(4; 9)} E) {(9; 4)}

4. Calcular:
- $2x + y$
- del sistema:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + 1 = \frac{x-y}{6} & \dots (1) \\ 3x - 2y = 14 & \dots (2) \end{cases}$$

- A) $3/2$ B) 7 C) -4
D) 1 E) 0

5. Calcular:
- $2x + y$
- del sistema:

$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + y = 11 & \dots (1) \\ x + \frac{y}{2} = 7 & \dots (2) \end{cases}$$

- A) 6 B) 8 C) 16
D) 12 E) 21

6. Calcular "
- $x - y$
- " del sistema:

$$\begin{cases} 5x - 2y = -10 & \dots (1) \\ 5x + 8y = -60 & \dots (2) \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) -1 E) -2

7. Calcular "
- x
- " en el sistema:

$$\begin{cases} 4x^{-1} - 3y^{-1} = 14 & \dots (1) \\ 6x^{-1} + 5y^{-1} = 2 & \dots (2) \end{cases}$$

- A) 0,25 B) -0,25 C) 0,5
D) -0,5 E) 0,125

8. Resolver en
- x
- y
- y
- el sistema:

$$\begin{cases} (a+b)x - (a-b)y = 4ab & \dots (1) \\ (a-b)x + (a+b)y = 2a^2 - 2b^2 & \dots (2) \end{cases}$$

Para luego calcular el valor de " $x + y$ "

- A) a B) b C) ab
D) $a - b$ E) $2a$

9. Calcular:
- $x + 2y + z$
- del sistema:

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 & \dots (1) \\ 6x - 2y - z = -14 & \dots (2) \\ 3x + y - z = 1 & \dots (3) \end{cases}$$

- A) 1 B) 0 C) -1
D) 2 E) 5

10. Calcular "z" del sistema:

$$\begin{cases} 4x + 2y + 3z = 8 & \dots (1) \\ 3x + 4y + 2z = -1 & \dots (2) \\ 2x - y + 5z = 3 & \dots (3) \end{cases}$$

- A) 2 B) 1 C) -1
D) -2 E) -3

11. Calcular "x + 2y" del sistema:

$$\begin{cases} 4y + 3x = 8 & \dots (1) \\ 8x - 9y = -77 & \dots (2) \end{cases}$$

- A) 4 B) 2 C) 6
D) 8 E) 12

12. Calcular el valor de "k" si el sistema adjunto:

$$\begin{cases} (2k - 1)x + ky = 6 & \dots (1) \\ 7,5x + 4y = 3 & \dots (2) \end{cases}$$

Presenta infinitas soluciones.

- A) 8 B) 6 C) -8
D) -2 E) 2

13. Calcular "m" si el sistema:

$$\begin{cases} x + my = 1 & \dots (1) \\ mx - 3my = 2m + 3 & \dots (2) \end{cases}$$

Es incompatible:

- A) 1 B) -1 C) -3
D) 0 E) 2

14. Calcular "m" si el sistema:

$$\begin{cases} mx + y = 2 & \dots (1) \\ x + my = 3 & \dots (2) \end{cases}$$

Admite solución única se requiere que:

- A) $m \neq 1$ B) $m \neq -1$ C) $m \neq \pm 1$
D) $m \neq 2$ E) $m \neq 3$

15. ¿Para qué valor del parámetro "k" el sistema:

$$\begin{cases} (k + 2)x + 6y = k & \dots (1) \\ 2x + (k + 1)y = 1 & \dots (2) \end{cases}$$

será compatible determinado?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \{1\}$
C) $\mathbb{R} - \{1; 2\}$
D) $\mathbb{R} - \{2; -5\}$ E) 1

16. Evaluar "n" si el sistema:

$$\begin{cases} 3x + (n - 1)y = 12 & \dots (1) \\ (n + 6)x + 6y = n & \dots (2) \end{cases}$$

Es inconsistente:

- A) 1 B) 3 C) -1
D) -3 E) 5

17. Calcular "ab" sabiendo que los sistemas:

$$(I) \begin{cases} 3x + ay = 7 \\ 4x + by = 2 \end{cases}$$

$$(II) \begin{cases} ax + 3y = 8 \\ bx + 4y = 7 \end{cases}$$

son equivalentes:

- A) 2 B) 6 C) -2
D) -6 E) 12

18. Del siguiente sistema, calcular " $x \div y$ ":

$$\begin{cases} ax + by = a^2 + b^2 \dots (1) \\ bx + ay = 2ab \dots (2) \end{cases}$$

- A) a B) b C) ab
D) b/a E) a/b

19. Del sistema mostrado, calcular $(xy)^z$

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 11 \dots (1) \\ 2x + y - z = -1 \dots (2) \\ x + 2y + 5z = 9 \dots (3) \end{cases}$$

- A) 1 B) 4 C) 9
D) 36 E) 144

20. Calcular el valor de: $x - y + z - w$ del sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 5 \dots (1) \\ x + y + w = -1 \dots (2) \\ x + z + w = 1 \dots (3) \\ y + z + w = 4 \dots (4) \end{cases}$$

- A) -1 B) -2 C) -3
D) 5 E) 3

21. Encontrar $y + x$ del sistema:

$$\begin{cases} 2(x + 5) = 4(y - 4x) \dots (1) \\ 10(y - x) = 11y - 2x \dots (2) \end{cases}$$

- A) -1 B) -2 C) -4
D) -8 E) -16

22. Calcular " x " del sistema:

$$\begin{cases} \frac{x + y + 1}{x - y + 1} = \frac{a + 1}{a - 1} \dots (1) \\ \frac{x + y + 1}{x - y - 1} = \frac{1 + b}{1 - b} \dots (2) \end{cases}$$

- A) $\frac{b + 1}{ab - 1}$ B) $\frac{a + 1}{ab - 1}$ C) $\frac{a - 1}{ab + 1}$
D) $\frac{b - 1}{ab + 1}$ E) 2

23. Si a los términos de una fracción se le añade 3, el valor de la fracción es $1/2$ y si a los términos se le resta 1 el valor de la fracción es $1/3$. Determinar la fracción irreducible.

- A) $13/7$ B) $2/7$ C) $5/13$
D) $7/13$ E) $11/6$

24. Cinco pantalones y tres camisas cuestan 4180 soles y 8 pantalones y 9 camisas 6940. Evaluar el precio de cada pantalón.

- A) 600 B) 800 C) 400
D) 350 E) 650

25. Dos números están en la relación de 3 y 5, si el menor se aumenta en 2 y el mayor se disminuye en 9, la relación es de 4 a 3. ¿Cuál es el número mayor?

- A) 18 B) 12 C) 24
D) 32 E) 36

26. Los obreros A y B trabajando juntos deben hacer una misma obra en 7 días y medio pero a los 3 días A cae enfermo, lo mismo ocurre con B a los 5 días, quedando hecha la mitad de la obra. ¿En cuántos días lo haría B trabajando solo?

- A) 12 B) 15 C) 17
D) 20 E) 60

27. La suma de dos números es 24, si el mayor es el triple del menor. ¿Cuál es la diferencia de los números?
- A) 18 B) 12 C) 6
D) 15 E) 4
28. Dividir 52 en dos partes tales que los $\frac{2}{5}$ de la parte mayor equivalgan a los $\frac{4}{3}$ de la menor. Indicar la mayor parte.
- A) 40 B) 30 C) 42
D) 48 E) 36
29. Entre A, B y C tienen 140 soles, C tiene la mitad de lo que tiene A, y éste 10 más que B. ¿Cuánto tiene B?
- A) 60 soles B) 50 soles C) 40 soles
D) 30 soles E) 55 soles
30. Si A le da S/ 1.00 a C, ambos tienen lo mismo, si B tuviera S/1.00 menos, tendrá lo mismo que C y si A tuviera S/5.00 más, tendrá tanto como el doble de lo que tiene C. ¿Cuánto tiene C?
- A) S/ 9 B) S/ 8 C) S/ 7
D) S/ 5 E) S/ 10
31. Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos, lamentábase el jamelgo de su enojosa carga, a lo que el mulo le dijo: De que te quejas?. Si yo tomara un saco, mi carga sería el doble que la que te queda. En cambio si te doy un saco, tu carga se igualará a la que me queda. ¿Cuántos sacos llevaban entre los dos?
- A) 24 B) 18 C) 16
D) 14 E) 12
32. Una caja vacía pesa 50 gramos, depositamos 10 esferas rojas, 5 esferas blancas y 2 esferas azules. Se sabe que una esfera blanca pesa 2 gramos más que una roja y una esfera blanca tiene un peso igual a los $\frac{4}{5}$ del peso de una azul. Las esferas del mismo color tienen igual peso. Evaluar el peso total en gramos de la caja con las esferas en su interior.
- A) 174 B) 124 C) 155
D) 185 E) 170
33. Calcular: $x - y$ de:
- $$\begin{cases} 10x + 9y = 8 \\ 8x - 15y = -1 \end{cases}$$
- A) 6 B) $\frac{1}{2}$ C) 3
D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$
34. ¿Qué valor de "x" satisface el sistema?
- $$\begin{cases} 9x - 4y = 2 \\ 3x + 8y = 3 \end{cases}$$
- A) 1 B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

35. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 8z = 2 \\ 6x + 9y - 12z = 3 \\ 4z + 6y + 4x = 5 \end{cases}$$

Calcular el valor de: $\frac{x}{yz}$

- A) 6 B) 12 C) 4
D) 3 E) 13

36. Calcular el valor de "x + y" del sistema:

$$\frac{5}{\sqrt{x}} - \frac{3}{\sqrt{y}} = \frac{3}{2} \wedge \frac{4}{\sqrt{y}} - \frac{2}{\sqrt{x}} = \frac{1}{3}$$

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 13

37. Calcular
- $x^2 + y^2$
- del sistema:

$$\begin{cases} \frac{5}{2x+y} + \frac{4}{2x-3y} = 5 \\ \frac{15}{2x+y} + \frac{2}{2x-3y} = 5 \end{cases}$$

- A) 10 B) 17 C) 26
D) 5 E) 2

38. Encontrar el valor de "x" del sistema:

$$\begin{cases} mx - 2y = 3 \\ 3x + my = 4 \end{cases} ; m \neq 0$$

- A) $\frac{3m-8}{m+6}$ B) $\frac{3m+8}{m-6}$ C) $\frac{3m+8}{m^2+6}$
D) $\frac{3m+8}{m+6}$ E) $\frac{3m-8}{m-6}$

39. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} (a+b)x - (a-b)y = 4ab \\ (a-b)x + (a+b)y = 2(a^2 - b^2) \end{cases}$$

Indicar el valor de "y"

- A) a + b B) a - b C) a + ab
D) b + ab E) b - a

40. Si:
- $(x_0; y_0)$
- es la solución del sistema:

$$\begin{cases} \frac{m}{x-a} + \frac{n}{y-b} = \frac{m-n}{b-a} \\ \frac{r}{x-a} - \frac{p}{y-b} = \frac{r+p}{b-a} \end{cases}$$

Calcular: $ab - x_0 y_0$

- A) 0 B) $\frac{ab}{2}$ C) -ab
D) ab - 1 E) $\frac{ab}{4}$

41. Hallar "x" del sistema:

$$\begin{cases} 1/x + 1/y = 5 \\ 1/y + 1/z = 7 \\ 1/x + 1/z = 6 \end{cases}$$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{16}$ E) 2

42. Halle el valor de "x" del siguiente sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + by + cz = d \\ a^2x + b^2y + c^2z = d^2 \end{cases}$$

$$A) \frac{(c+d)(c-d)}{a+b} \quad B) \frac{(c-d)(a-b)}{(b-d)(a-c)}$$

$$C) \frac{c-d}{b-a}$$

$$D) \frac{b}{c}$$

$$E) \frac{(c-d)(b-d)}{(c-a)(b-a)}$$

43. Calcular el valor de: $x - y + z - w$ del sistema:

$$\begin{cases} x + y + x = -2 \\ y + z + w = 8 \\ z + w + x = 7 \\ w + x + y = 2 \end{cases}$$

$$A) -3$$

$$B) -5$$

$$C) 3$$

$$D) 5$$

$$E) -8$$

44. Si: $(x_0; y_0)$ es la solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{x+y-2\sqrt{xy}} = \sqrt{y} \\ \sqrt{4x+9y-12\sqrt{xy}} = 7 \end{cases}$$

Calcular el valor de: $x_0 - 2y_0$

$$A) 93$$

$$B) 96$$

$$C) 98$$

$$D) 102$$

$$E) 125$$

45. Halle w del sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ y + z = 8 \\ z + v = 9 \\ v + w = 11 \\ x + w = 9 \end{cases}$$

$$A) 5$$

$$B) 6$$

$$C) 7$$

$$D) 16$$

$$E) 3$$

46. Calcular $x + y + z$ a partir del sistema:

$$\begin{cases} \frac{xy}{5x+2y} = 6 \\ \frac{xz}{3x+2z} = 8 \\ \frac{yz}{3y+5z} = 6 \end{cases}$$

$$A) 24$$

$$B) 64$$

$$C) 48$$

$$D) 128$$

$$E) 36$$

47. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{2}{3x+y-2} + \frac{3}{x+4y+1} = -\frac{7}{24} \\ \frac{1}{3x+y-2} - \frac{2}{x+4y+1} = -\frac{7}{12} \end{cases}$$

Indicar el valor de: $2x + y$

$$A) 1$$

$$B) 2$$

$$C) 4$$

$$D) 5$$

$$E) 0$$

48. Halle el valor de "x" del sistema:

$$\frac{x+y-1}{x-y+1} = a \wedge \frac{x+y-1}{x-y+1} = ab$$

$$A) \frac{a+1}{ab+1}$$

$$B) \frac{a-1}{ab+1}$$

$$C) \frac{a+1}{ab-1}$$

$$D) \frac{a+1}{a+b}$$

$$E) \frac{b+1}{ab+1}$$

49. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x - ay + a^2z = a^3 \\ x - by + b^2z = b^3 \\ x - cy + c^2z = c^3 \end{cases}$$

Indicar el valor de: $\frac{x-abc}{yz}$

- A) 0 B) abc
C) $a + b + c$
D) $ab + bc + ac$ E) N.A.

50. ¿Qué valor debe asignarse al parámetro k a fin que el sistema:

$$\begin{cases} (2k+2)x + 5y = 7 \\ (k+2)x + 4y = 8 \end{cases}$$

no admita solución

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 4 E) 5

51. Si el sistema:

$$\begin{cases} 3kx + 2y + 1 = 0 \\ (2k+1)x - 8y - 3 = 0 \end{cases}$$

Admite solución única, el parámetro k es:

- A) $\frac{1}{14}$ B) $k \in \mathbb{R}$
C) $\frac{1}{7}$
D) $k \in \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{7}\right\}$ E) $k \in \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{14}\right\}$

52. Calcular: $a - b$, si el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 3x + 5y = 1 \\ ax - by = 10 \end{cases}$$

admite infinita soluciones

- A) 20 B) 40 C) 30
D) 60 E) 80

53. Si el sistema:

$$\begin{cases} (a+b)x + (a-b)y = 42 \\ (2a+b)x + (3a-2b)y = 113 \end{cases}$$

Admite como solución $a: x = -2$
 $\wedge y = 5$. Calcular el valor de: $a + b$

- A) 7 B) 10 C) 11
D) 3 E) 4

54. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + 2y + 3z + 4w = 40 \\ 2x + 3y + 4z + w = 34 \\ 3x + 4y + z + 2w = 32 \\ 4x + y + 2z + 3w = 34 \end{cases}$$

El valor que no corresponde a una de sus incógnitas es:

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

55. Del sistema:

$$\begin{cases} mx - y + 3z = 9 \\ 3x - z = 0 \\ x + y - nz = 0 \end{cases}$$

donde: $x, y \wedge z$; son valores positivos que están en progresión aritmética y que cumplen la condición de que su producto es igual a su suma, ¿Qué valor asume: $m + n$?

- A) 5 B) 4 C) 3
D) 2 E) 1

56. En el sistema:

$$\begin{cases} 5x - 2y = m \\ x + 9y = m \end{cases}$$

¿Qué valor debe asignarse a " m " para que x exceda en 7 a y ?

- A) 40 B) 47 C) 53
D) 55 E) 63

57. Halle del sistema:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ xy = 3 \end{cases}$$

- A) $\frac{5+\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{5-\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{5-\sqrt{13}}{2}$
 D) $5+\sqrt{13}$ E) $\frac{5-\sqrt{7}}{2}$

58. Indicar el menor valor de "y" luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 29 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

- A) 1 B) -1 C) 2
 D) -2 E) -5

59. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 335 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Indicar un valor de: $x - y$

- A) 5 B) -5 C) 9
 D) 8 E) 12

60. Dado el sistema:

$$\begin{cases} xy(x + y) = 420 \\ x^3 + y^3 = 468 \end{cases}$$

Calcular: $2x + 2y$

- A) 12 B) 22 C) 16
 D) 18 E) 24

61. Hallar
- $x + y + z$
- , si:
- x, y, z
- son las soluciones positivas del sistema

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ y + z = 8 \\ xz = 21 \end{cases}$$

- A) 18 B) 20 C) 12
 D) 25 E) 15

62. Resolver el sistema:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6} \\ x^2 + y^2 + z^2 = 1 \end{cases}$$

- A) $-\frac{1}{7}; \frac{2}{7}; -\frac{6}{7}$
 B) $\frac{1}{7}; -\frac{2}{7}; \frac{6}{7}$
 C) $\pm\frac{1}{7}; \pm\frac{2}{7}; \pm\frac{6}{7}$
 D) $\pm\frac{2}{7}; \pm\frac{3}{7}; \pm\frac{6}{7}$
 E) $\pm 1; \pm 2; \pm 6$

63. La suma de todas las "x" más la suma de todas las "y" que satisfacen el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 3x^2 + 3y^2 + x - 2y = 20 \\ 2x^2 + 2y^2 + 5x + 3y = 9 \end{cases}$$

- A) 1 B) 0 C) 2
 D) -1 E) 2

64. Calcular:
- $x + y$
- , del sistema:

$$\begin{cases} (x+1)^2 + (y+1)^2 = (10-x-y)^2 \\ xy + x + y = 11 \end{cases}$$

- A) 5 B) 6 C) 16
 D) 14 E) 10

65. ¿Qué valor de "x" verifica el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 49 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 931 \end{cases}$$

- A) 1 B) -1 C) 2
D) -2 E) 3

66. Si $x_0; y_0$ son las soluciones positivas del sistema:

$$\begin{cases} 2x^2 + 3xy + y^2 = 70 \\ 6x^2 + xy - y^2 = 50 \end{cases}$$

Calcular el valor de: $2x_0 + 2y_0$

- A) 9 B) 10 C) 11
D) 12 E) 8

67. Calcular: $x + y$, del sistema:

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+3} + \sqrt[3]{5-y} = 4 \\ x - y = 8 \end{cases}$$

- A) 1 B) -1 C) -2
D) 2 E) 4

68. Halle la diferencia del mayor valor de x con el menor valor de z , que verifica el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 35 \\ xy = 15 \end{cases}$$

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 4

69. Si $x_0; y_0$ son las soluciones del sistema

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 = 37 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Calcular el valor de: $x_0 + y_0$

- A) 5 B) 3 C) 9
D) 7 E) 14

70. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 19 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 133 \\ x^2 = yz \end{cases}$$

Indicar el mayor valor de z .

- A) 6 B) 4 C) 9
D) 5 E) 12

71. Calcular: $x \cdot y \cdot z$, del sistema:

$$\begin{cases} x(x + y + z) = 16 \\ y(x + y + z) = 16 \\ z(x + y + z) = 4 \end{cases}$$

- A) 6 B) $\frac{64}{9}$ C) $\frac{32}{27}$
D) $\frac{128}{9}$ E) $\frac{128}{27}$

72. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ x^4 + y^4 = 337 \end{cases}$$

Indicar el mayor valor de x .

- A) -3 B) 4 C) 5
D) 7 E) -4

73. Si $x_0; y_0$ es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 45 \\ \frac{x+y}{x-y} + \frac{x-y}{x+y} = \frac{10}{3} \end{cases}$$

Calcular un valor de: $3x_0 - 2y_0$

- A) 18 B) 12 C) 24
D) 6 E) 1

74. Si: x_0, y_0, z_0 ; es la solución del sistema:

$$\begin{cases} x^{-1} + y^{-1} + z^{-1} = 1 \\ xy + xz + yz = 27 \\ x + y + z = 9 \end{cases}$$

Calcular el valor de: $x_0 - 2y_0 + z_0$

- A) 0 B) 6 C) 3
D) 9 E) 12

75. Calcular el valor de $3x - 2y$ del sistema:

$$\begin{cases} x^2(1 + y^2) + y^2 = 49 \\ x + xy + y = 11 \end{cases}$$

- A) 0 B) 4 C) -2
D) 5 E) $A \vee D$

76. Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3y-2x}{y}} + \sqrt{\frac{4y}{3y-2x}} = 2\sqrt{2} \\ 3(x^2 + 1) = (y+1)(y-x+1) \end{cases}$$

Se observa que la suma de todos los valores de "y" es:

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

77. Encontrar las soluciones racionales del sistema:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{6x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{6x}} = \frac{5}{2} \\ xy - x - y = 2 \end{cases}$$

A) $x = 2; y = 4$

B) $x = -1; y = -\frac{1}{2}$

C) $x = 4; y = 2$

D) $x = 4; y = 2 \quad x = -1; y = -\frac{1}{2}$

E) $x = 2; y = 4 \quad x = -\frac{1}{2}; y = -1$

78. Halle la suma de todos los valores de x que satisfacen el sistema:

$$\begin{cases} (x^2 + y^2)(x + y) = 65 \\ x^2 + y^2 + x + y = 13 \end{cases}$$

- A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

79. ¿Qué valor de x verifica el sistema:

$$\begin{cases} x + y - z = 7 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 37 \\ x^3 + y^3 - z^3 = 1 \end{cases}$$

- A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

80. Calcular x_0^2 si x_0 verifica el sistema:

$$\begin{cases} x + y + z = 9 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1 \\ xy + xz + yz = 27 \end{cases}$$

- A) 1 B) 4 C) 9
D) 16 E) 25

81. Si: $\{x; y; z\} \subset \mathbb{R} /$

$$x^2 + y^2 + z^2 + 31 = 2(1 - 2x + 3y + 4z)$$

Calcular el valor de: $x + 2y + z$

- A) 0 B) 10 C) -6
D) 6 E) 8

82. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x\sqrt{\frac{x}{y}} - y\sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{15}{2} \\ x - y = 3 \end{cases}$$

Indicar la suma de todos los valores de x

- A) 3 B) -3 C) 4
D) -4 E) 5

83. Al resolver el sistema:

$$\begin{cases} (x-y)\sqrt{y} = \frac{\sqrt{x}}{2} \\ (x+y)\sqrt{x} = 3\sqrt{y} \end{cases}$$

Se observa que el mayor valor de x es:

- A) $-\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{2}$
D) $-2\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{2}$

84. Luego de resolver el sistema:

$$\begin{cases} x^2 + xy + xz - x = 2 \\ y^2 + xy + yz - y = 4 \\ z^2 + xz + yz - z = 6 \end{cases}$$

Indicar el valor de "y"

- A) $\frac{2}{3}$ B) 2 C) $\frac{4}{3}$
D) 1 E) $-\frac{3}{2}$

85. Un valor de "x" en:

$$\begin{cases} x(x+y)(x+2y)(x+3y) = 4 \\ (x+y)^2 + (x+2y)^2 = 4 \end{cases}$$

- A) $-\frac{1}{2}$ B) -2 C) $\sqrt{3}$
D) $\frac{3\sqrt{6}+2}{\sqrt{5}}$ E) $\frac{3\sqrt{6}-1}{\sqrt{2}}$

86. Se compra cajones de naranja a 100 soles cada uno y cada cajón contiene 20 kg. Primero se vende la mitad a 20 soles el kg, después la cuarta parte a 15 soles el kg y por último el resto se remata a 10 soles el kg ganando: S/11250,00 en total. ¿Cuántos cajones de naranja se habían comprado?

- A) 65 B) 70 C) 55
D) 50 E) 60

87. Habiendo perdido un jugador la mitad de su dinero volvió al juego y perdió $\frac{1}{2}$ de lo que le quedaba; repitió lo mismo por tercera vez y cuarta vez, después de lo cual le quedaron 6 soles. ¿Cuánto dinero tenía al comenzar el juego?

- A) 84 B) 72 C) 94
D) 96 E) 86

88. Después de las 3 am, ¿cuál es la hora más próxima en que las agujas de un reloj forman un ángulo llano?

- A) 3h 49 min B) $3h 49\frac{7}{11}$ min
C) $3h 49\frac{1}{11}$ min
D) 3h 50 min E) $3h 49\frac{7}{11}$ min

89. Las manecillas de un reloj están superpuestas al medio día. ¿A qué hora se encontrarán nuevamente la una sobre la otra?

A) 1h 4 min $24\frac{2}{11}$ s
 B) 1h 6 min $32\frac{1}{11}$ s
 C) 1h 5 min $27\frac{3}{11}$ s
 D) 1h 5 min $27\frac{8}{11}$ s
 E) 1h 20 min $16\frac{13}{11}$ s

90. En el año 1932 Pedro tenía tantos años como expresan las dos últimas cifras del año de su nacimiento. Al poner en conocimiento a su abuelo esta coincidencia se quedó pasmado cuando el abuelo le responde que con su edad también ocurría lo mismo. ¿Cuál es la edad del abuelo?

A) 66 B) 63 C) 64
 D) 65 E) 67

91. Los ahorros de un niño constan de: $(p+1)$, $(3p-5)$ y $(p+3)$ monedas de 5; 10 y 20 céntimos respectivamente. ¿A cuánto asciende sus ahorros si al cambiarlo en monedas de 25 céntimos, el número de monedas obtenidas es el doble del número de monedas de 5 céntimos?

A) 900 B) 455 C) 345
 D) 400 E) 360

92. De un juego de 32 cartas se sacan primero x cartas y tres más. Luego se saca la mitad de lo que resta, si todavía quedan 10 cartas. ¿Cuántas cartas se sacó la primera vez?

A) 9 B) 14 C) 12
 D) 8 E) 10

93. Un hombre debe realizar un viaje de 820 km en 7 horas, si realiza parte del viaje en avión a 200 km/h y el resto en auto a razón de 55 km/k. ¿Cuál es la distancia recorrida en avión?

A) 200 B) 500 C) 600
 D) 700 E) 800

94. Dos corredores Pedro y Juan parten simultáneamente en viaje de una ciudad a otra distantes 60 km. La velocidad de Pedro es 4 km/h menor que la de Juan; después de llegar Juan a la segunda ciudad emprende inmediatamente el viaje de regreso y se encuentra con Pedro después de recorrer 12 km. ¿Cuál es la velocidad de Pedro?

A) 6 km/h B) 8 km/h C) 10 km/h
 D) 12 km/h E) 20 km/h

95. Un comerciante tenía determinada suma de dinero. El primer año gastó 100 pesos y aumentó a lo quedaba un tercio de este resto, al año siguiente volvió a gastar 100 pesos y aumentó a la cantidad restante un tercio de ella. Al tercer año gastó de nuevo 100 pesos y agrega la tercera parte de lo que quedaba. Si el capital resultante

es el doble del inicial. ¿Cuál fue el capital inicial?

- A) 1480 B) 1500 C) 1400
D) 2380 E) 2000

96. Una librería tiene para la venta un cierto número de libros, vende primero las $\frac{3}{5}$ partes y después le hacen un pedido de los $\frac{7}{8}$ de lo que le queda, pero antes de servir este pedido se le inutilizan 240 libros y por tanto enviados todos los libros útiles que le quedan solo cubren los 475 de la cantidad pedida. ¿Qué cantidad de libros se vendieron?

- A) 2000 B) 3000 C) 1760
D) 3520 E) 2240

97. Un deportista apuesta a tirar al blanco con la condición de que por cada tiro que acierte recibirá "a" soles y pagará "b" por cada uno de los que falle, después de "n" tiros ha recibido "c" soles. ¿Cuántos tiros dio en el blanco?

- A) $\frac{an+c}{a-b}$ B) $\frac{bn+c}{a-c}$ C) $\frac{bn+c}{a+b}$
D) $\frac{an+c}{a+b}$ E) $\frac{bn-c}{a+b}$

98. Un padre tiene "x" años y su hijo "y" años. ¿Dentro de cuántos años tendrá el padre el doble de la edad de su hijo?

- A) $x+2y$ B) $x-2y$ C) $2x+y$
D) $2x-y$ E) $x+y$

99. Una fuente llena en "T" horas un depósito, y un desagüe vacía el mismo depósito en 2T horas. Durante 3 horas ha estado abierta la fuente, el desagüe se abrió una hora antes de cerrar la fuente y permaneció abierto T horas después de cerrarla, quedando así "a" m^3 en el depósito. Si en ese instante abrimos la fuente, ¿qué tiempo tardará en llenarse el depósito estando cerrado el desagüe?

- A) $T(1+a)$ B) $T(1-a)$ C) Ta
D) $\frac{a}{T}$ E) $\frac{3T-5}{2}$

100. Dos vendedoras llevaron en total 180 naranjas al mercado, una de ellas tenía más naranjas que la otra, pero recibió en la venta la misma cantidad de dinero que aquella. Una vez vendidas todas las naranjas la primera vendedora le dijo a la segunda: "Si yo hubiera llevado al mercado la misma cantidad de naranjas que tú, habría recibido 15 dólares". La segunda contestó: "Y si yo hubiera vendido las naranjas que tenías tú, habría obtenido como producto de la venta $20\frac{2}{3}$ dólares". ¿Cuántas naranjas llevó al mercado cada vendedora?

- A) 60 y 20 B) 72 y 108
C) 36 y 144
D) 64 y 116 E) 80 y 100

**CLAVES**

1	A
2	C
3	D
4	E
5	D
6	A
7	C
8	E
9	B
10	D
11	C
12	A
13	D
14	C
15	D
16	B
17	D
18	E
19	A
20	E
21	D
22	B
23	C
24	B
25	C

26	D
27	B
28	A
29	B
30	C
31	E
32	E
33	D
34	C
35	A
36	E
37	D
38	C
39	B
40	A
41	C
42	E
43	B
44	C
45	C
46	D
47	A
48	A
49	A
50	B

51	E
52	E
53	E
54	A
55	C
56	B
57	A
58	D
59	C
60	E
61	E
62	D
63	A
64	A
65	E
66	B
67	D
68	E
69	D
70	C
71	E
72	B
73	B
74	A
75	E

76	E
77	D
78	D
79	C
80	C
81	A
82	A
83	B
84	C
85	D
86	D
87	D
88	C
89	C
90	A
91	D
92	A
93	C
94	B
95	A
96	C
97	C
98	B
99	E
100	B

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNY - UNMSM

PROBLEMA 01: Encuentre el conjunto solución de la ecuación $x^8 - 257x^4 + 256 = 0$

- A) $\{\pm 2, \pm 2i, \pm 4i, \pm 4\}$ B) $\{\pm 4, \pm 4i, \pm 1, \pm i\}$ C) $\{\pm 4, \pm 2i, \pm 2, \pm 1\}$
 D) $\{\pm 1, \pm i, \pm 3, \pm 3i\}$ E) $\{\pm 3, \pm 3i, \pm 4, \pm 4i\}$

Resolución:

Ecuaciones:

$$x^8 - 257x^4 + 256 = 0$$

Factorizando:

$$(x^4 - 256)(x^4 - 1) = 0$$

$$(x^2 + 16)(x^2 - 16)(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$C.S. = \{\pm 4i, \pm 4, \pm i, \pm 1\}$$

Rpta.: B

PROBLEMA 02: Sea $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ una función, donde $\mathbb{Q}$ es el conjunto de los números racionales, tal que:

I. $f(r+s) = f(r) + f(s)$

II. $f(rs) = f(r) \cdot f(s)$

III. $f(1) = 1$

Señale, la alternativa que permite la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

I. $f(n) = n; \forall n \in \mathbb{N}$

II. $f(r) = r; \forall r \in \mathbb{Q}$

III. $f(n^m) = m^n, \forall m, n \in \mathbb{N}$

A) VVV

B) VVF

C) VFF

D) FFV

E) FFF

Resolución:

I. Si $n \in \mathbb{N}$

$$f_{(n,n)} = \underbrace{f_{(n+n+\dots+n)}}_{\text{"n" veces}} = f_{(n)} + f_{(n)} + \dots + f_{(n)}$$

$$f_{(n)} \cdot f_{(n)} = n \cdot f_{(n)} \rightarrow f_{(n)} = n \quad \dots\dots\dots (V)$$

$$\text{Sea } r \in \mathbb{Q} \rightarrow r = \frac{m}{n} \quad m; n \in \mathbb{N}$$

$$f(1) = f\left(\frac{n}{n}\right) = nf\left(\frac{1}{n}\right) \rightarrow f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{1}{n} \wedge$$

$$f\left(\frac{m}{n}\right) = f\left(m \cdot \frac{1}{n}\right) = \underbrace{f(m)}_m \cdot \underbrace{f\left(\frac{1}{n}\right)}_{\frac{1}{n}}$$

$$f\left(\frac{m}{n}\right) = \frac{m}{n} \quad \dots\dots\dots (V)$$

$$\text{Sea } m; n \in \mathbb{N}$$

$$f(n^m) = \underbrace{f(n, n, \dots, n)}_m = (f(n))^m = n^m \quad \dots\dots\dots (F)$$

Rpta.: B

PROBLEMA 03: La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ es inyectiva en $[2; \infty)$ y $g(x) = ax^2 + bx + d$ es inyectiva en $(-\infty; 2]$. Halle el valor de $4a + b$, sabiendo que $a \neq 0$.

A) -2

B) -1

C) 0

D) 1

E) 2

Resolución:

Notamos:

$$f(x) = g(x) + k; k \in \mathbb{R}$$

Entonces los vértices de ambas funciones cuadráticas presentan la misma abscisa.

Por ser inyectivas:

$$f: \left[-\frac{b}{2a}; +\infty\right) = [2; +\infty)$$

$$g: \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right] = (-\infty; 2]$$

$$\rightarrow -\frac{b}{2a} = 2; \quad 4a + b = 0$$

Rpta.: C

PROBLEMA 04: El valor numérico de:

$$P(x) = x^5 + (3 - 3\sqrt{3})x^4 - 9\sqrt{3}x^3 + 5x + 7\sqrt{3}$$

para $x = 3\sqrt{3}$ es:

A) $20\sqrt{3}$

B) $22\sqrt{3}$

C) $24\sqrt{3}$

D) $26\sqrt{3}$

E) $28\sqrt{3}$

Resolución:

Por Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrrr} x=3\sqrt{3} & 1 & (3-3\sqrt{3}) & -9\sqrt{3} & 0 & 5 & 7\sqrt{3} \\ & & 3 & 9 & 0 & 0 & 15\sqrt{3} \\ \hline & 1 & 3 & 0 & 0 & 5 & 22\sqrt{3} \end{array}$$

$$R = P_{(3\sqrt{3})} = 22\sqrt{3}$$

Rpta.: B**PROBLEMA 05:** Dada la ecuación:

$$(\log_2 2x)^2 + (\log_2 0,5x)^2 + (\log_2 0,25x)^2 = 5$$

EL menor valor de sus raíces es:

A) 1

B) $\sqrt[3]{2}$

C) $\sqrt{2}$

D) $\sqrt{3}$

E) 3

Resolución:

Tenemos:

$$(\log_2 2x)^2 + (\log_2 0,5x)^2 + (\log_2 0,25x)^2 = 5$$

$$(1 + \log_2 x)^2 + (-1 + \log_2 x)^2 + (-2 + \log_2 x)^2 = 5$$

$$\text{sea } \log_2 x = a$$

$$\rightarrow (1+a)^2 + (a-1)^2 + (a-2)^2 = 5$$

$$2a^2 + 2 + a^2 - 4a + 4 = 5$$

$$3a^2 - 4a + 1 = 0$$

$$(3a-1)(a-1) = 0 \rightarrow a = \frac{1}{3} ; \quad a = 1$$

$$\log_2 x = \frac{1}{3} \quad \log_2 x = 1$$

$$x = \sqrt[3]{2} \quad x = 2$$

Rpta.: B

PROBLEMA 06: Dadas las siguientes proposiciones:

I. Si A es una matriz cuadrada tal que $A^2 = A$, entonces $A^K = A, \forall K \in \mathbb{N}$.

II. Si B es simétrica, entonces $-B^2$ es antisimétrica.

III. C es matriz cuadrada tal que $C^K = 0$ para algún $K \in \mathbb{N}$, entonces $I + \sum_{i=1}^K C^i$ es inversible.

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

A) Solo I

B) Solo II

C) Solo III

D) I y II

E) I y III

Resolución:

I. Si $A^2 = A$

por inducción matemática

Si: $A^K = A$

Entonces:

$$A^{K+1} = A^K \cdot A = A^2 = A$$

$$A^K = A \quad \dots\dots\dots (V)$$

II. Si: $B = B^T \rightarrow -B^2$ es antisimétrica $\dots\dots\dots (F)$

$$(-B^2) = -(-B^2)^T$$

$$-B^2 = (B^T)^2$$

$$-B^2 = B^2$$

III. $C^K = 0$ para algún $K \in \mathbb{N}$

$$\text{Sea: } M = I + C^1 + C^2 + C^3 + \dots + C^K$$

Multiplícamo por (C-I)

$$M(C-I) = C^{k+1} - I$$

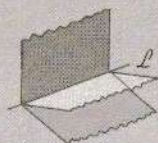
$$M(I-C) = I$$

$\Rightarrow M$ es inversible (V)

$\therefore$ I y III son correctas.

Rpta.: E

PROBLEMA 07: La siguiente figura da la idea de tres planos interceptándose según la recta $\mathcal{L}$.
¿Cuál(es) de los sistemas de ecuaciones dados representa a la figura dada?



I. $2x + 3y - z = 1$
 $-x + 5y + 2z = 4$
 $x + 8y + z = 5$

II. $x - y + 3z = -2$
 $-2x + 2y - 6z = -4$
 $-x + y - 3z = 2$

III. $2x - y + z = 3$
 $-x + 3y - z = 1$
 $x - 2y + 2z = 2$

A) Solo I
 D) I, II y III

B) I y III

C) Solo III
 E) Solo II

Resolución:

En la figura observamos que la intersección de 3 planos diferentes es una recta, lo cual lo interpretamos como que la solución de 3 ecuaciones con 3 incógnitas tiene infinitas soluciones. Por lo tanto:

- I. Tiene infinitas soluciones y los planos son diferentes (V)
- II. Tiene infinitas soluciones pero dos ecuaciones se grafican como un mismo plano (F)
- III. Tiene solución única (F)

Rpta.: A

PROBLEMA 08: Sea la sucesión (a_k) , donde

$$a_k = k \cdot \ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

Entonces podemos afirmar que:

A) (a_k) converge a 1B) (a_k) converge a $\ln \left(1 + \frac{1}{k} \right)$ C) (a_k) converge a 2D) (a_k) converge a 0E) (a_k) no converge**Resolución:**

Notamos:

$$a_K = K \ln \left(1 + \frac{1}{K} \right)$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} a_K = \lim_{K \rightarrow \infty} \left[K \ln \left(1 + \frac{1}{K} \right) \right]$$

$$= \lim_{K \rightarrow \infty} \left[\ln \left(1 + \frac{1}{K} \right)^K \right]$$

$$= \ln \left[\lim_{K \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{K} \right)^K \right]$$

$$= \ln[e]$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} a_K = 1 \rightarrow \{a_K\}, \text{ converge a } 1$$

 $\therefore \{a_K \text{ converge a } 1\}$ **Rpta.: A****PROBLEMA 09:**Sabiendo que se cumple:
 $a \times b \times c = 0$
 $a + b + c = 1$

Halle el valor de: $K = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} - \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3}$

A) 0

B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$

E) 1

Resolución:

Si:

$$a \cdot b \cdot c = 0$$

$$a + b + c = 1$$

$$K = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} - \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2(ab + bc + ac) \\ a^3 + b^3 + c^3 = 1 - 3(ab + bc + ac) \end{cases}$$

Reemplazando en K

$$K = \frac{1 - 2(ab + bc + ac)}{2} - \frac{1 - 3(ab + bc + ac)}{3}$$

$$K = \frac{1}{2} - (ab + bc + ac) - \frac{1}{3} + (ab + bc + ac)$$

$$K = \frac{1}{6}$$

Rpta.: B**PROBLEMA 10:**

Un sistema de "n" ecuaciones con "n" incógnitas se puede expresar como $Ax=b$, donde A es una matriz cuadrada de orden $n \times n$, b es una matriz de orden $n \times 1$ y las incógnitas son los elementos de la matriz "x" de orden $n \times 1$. Si S es el conjunto solución del sistema $Ax=b$, entonces podemos afirmar que:

- A) $S = \emptyset$ o S es infinito.
- B) Los elementos de S pueden ser hallados por la regla de Cramer.
- C) Si los elementos de "b" son mayores que 0, entonces $S = \emptyset$ o S es un conjunto unitario.
- D) Si A es inversible, entonces S es finito.
- E) Si los elementos de "b" son todos iguales a cero, entonces no podemos utilizar la regla de Cramer para hallar los elementos de S.

Resolución:

Analizando la alternativa ①

Si A es inversible $\rightarrow |A| \neq 0$ Del sistema: $Ax=b$ Si: $|A| \neq 0$, entonces se concluye que el sistema presenta solución única.**Rpta.: D**

UNMSM - 2012 - I

PROBLEMA 11:

$$\text{Si } (3x-1)^{3x} = \frac{3}{3^{-3}x-9^{-2}}, \text{ con } x \neq \frac{1}{3}.$$

Halle $(x-1)$

A) $1/9$

B) 3

C) 2

D) $1/3$

E) $4/3$

Resolución:

$$(3x-1)^{3x} = \frac{3}{3^{-4}(3x-1)}$$

$$\Rightarrow (3x-1)^{3x+1} = 3^5$$

$$(3x-1)^{(3x-1)+2} = 3^{3+2}$$

Por comparación:

$$3x-1=3$$

$$x=4/3$$

$$\therefore x-1 = \frac{4}{3} - 1 = \frac{1}{3}$$

Rpta.: D

PROBLEMA 12:

$$\text{Si } x = \log_{\frac{1}{3}} 3\sqrt[3]{81}, \text{ halle el valor de } x.$$

A) $7/3$

B) $3/7$

C) $-7/3$

D) $4/3$

E) $-4/3$

Resolución:

$$x = \log_{1/3} 3\sqrt[3]{81}$$

Por definición

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 3\sqrt[3]{3^4}$$

$$3^{-x} = 3 \times 3^{4/3}$$

$$3^{-x} = 3^{7/3}$$

$$\therefore x = -7/3$$

Rpta.: C

PROBLEMA 13: Si el conjunto solución de la inequación

$$\frac{(\sqrt{(x+1)^2 - 3})(|x|^3 + 8)}{x^2 - 2|x| + 4} \geq 0 \text{ es } \langle -\infty; a \rangle \cup [b, +\infty), \text{ halle } (b - a)$$

A) 2

B) 4

C) 5

D) 7

E) 6

Resolución:

$$\frac{(\sqrt{(x+1)^2 - 3})(|x|^3 + 8)}{x^2 - 2|x| + 4} \geq 0$$

$$|x|^3 + 8 \geq 0 \wedge (|x| - 1)^2 \geq 0$$

Resolviendo la inequación:

$$\sqrt{(x+1)^2 - 3} \geq 0$$

$$|x+1| - 3 \geq 0 \Rightarrow |x+1| \geq 3$$

Por propiedad:

$$x+1 \geq 3 \vee x+1 \leq -3$$

$$x \geq 2 \vee x \leq -4$$

$$f(x) = 8^{3x^2 - 4|x|}, x \in \mathbb{R} \Rightarrow [2; +\infty) \cup (-\infty; -4]$$

$$\Rightarrow a = -4 \wedge b = 2$$

$$\therefore b - a = 2 - (-4) = 6$$

Rpta.: E**PROBLEMA 14:** Halle el mínimo valor de la función

$$f(x) = 8^{3x^2 - 4|x|}, x \in \mathbb{R}$$

A) $\frac{\sqrt{2}}{8}$

B) $\frac{1}{8}$

C) $\frac{\sqrt{2}}{16}$

D) $\frac{1}{16}$

E) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

Resolución:

$$f(x) = 8^{3x^2 - 4|x|}$$

$$f(x) = [(2)^3]^{3x^2 - 4|x|} = 2^{9x^2 - 12|x|}$$

Completamos cuadrados en el exponente:

$$f(x) = 2^{(3|x| - 2)^2 - 4}$$

El mínimo valor de $f(x)$ se obtiene cuando el exponente es mínimo:

$$f(x)_{\text{mínimo}} = 2^{(3|x|-2)^2-4}$$

$$f(x)_{\text{mínimo}} = 2^{0-4} = 2^{-4} = \frac{1}{16}$$

$$\therefore f(x)_{\text{mínimo}} = 1/16$$

Rpta.: D

PROBLEMA 15: Si el siguiente sistema de ecuaciones tiene solución única.

$$x + ky + z = 3$$

$$kx + y + kz = 2$$

$$-ky + y + kz = -1$$

Halle los valores reales de k .

A) $k \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

B) $k \in \mathbb{R}$

C) $k \in \mathbb{R} - \{-1\}$

D) $k \in \mathbb{R} - \{-1\}$

E) $k \in \mathbb{R} - \{0\}$

Resolución:

$$x + ky + z = 3 \quad \dots(I)$$

$$kx + y + kz = 2 \quad \dots(II)$$

$$-ky + y + kz = -1 \quad \dots(III)$$

Multipliación (I) por $-k$:

$$-kx + k^2y - zk = -3k \quad (+)$$

$$kx + y + kz = 2$$

$$(-k^2 + 1)y = 2 - 3k$$

Como el sistema tiene una sola solución entonces existe un único valor de y :

$$-k^2 + 1 \neq 0 \Rightarrow k^2 \neq 1 \Rightarrow k \neq \pm 1$$

$$\therefore k \in \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

Rpta.: A

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 14

PROBLEMA 16: Si los puntos $(0;0)$ y $(1;-9)$ pertenecen a la gráfica de la función cuadrática $f(x) = m(x-2)^2 - p$ halle $m + p$.

A) 10

B) 16

C) 12

D) 15

E) 18

Resolución:

$$f(x) = m(x-2)^2 - p$$

$$f(0) = m(0-2)^2 - p$$

$$f(1) = m(1-2)^2 - p$$

$$f(0) = 4m - p = 0 \quad \dots (I)$$

$$f(1) = m - p = -9 \quad \dots (II)$$

De (I) y (II):

$$m = 3 \wedge p = 12$$

$$\therefore m + p = 3 + 12 = 15$$

Rpta.: D

PROBLEMA 17: Si los puntos $(0;0)$ y $(1;-9)$ pertenecen a la gráfica de la función cuadrática $f(x) = m(x-2)^2 - p$ halle $m + p$.

A) 10

B) 16

C) 12

D) 15

E) 18

Resolución:

$$f(x) = m(x-2)^2 - p$$

$$f(0) = m(0-2)^2 - p$$

$$f(1) = m(1-2)^2 - p$$

$$f(0) = 4m - p = 0 \quad \dots (I)$$

$$f(1) = m - p = -9 \quad \dots (II)$$

De (I) y (II):

$$m = 3 \wedge p = 12$$

$$\therefore m + p = 3 + 12 = 15$$

Rpta.: D

PROBLEMA 18: Si $p, q, r \in \mathbb{R}^+$

$$E = \frac{1}{\log_r(pq) + 1} + \frac{1}{\log_q(pr) + 1} + \frac{1}{\log_p(qr) + 1} + 1$$

Halle el valor de E.

A) 1

B) 1,5

C) 0,6

D) 3

E) 2

Resolución:

$$E = \frac{1}{\log_r(pq) + 1} + \frac{1}{\log_q(pr) + 1} + \frac{1}{\log_p(qr) + 1} + 1$$

$$E = \frac{1}{\log_r pq + \log_r r} + \frac{1}{\log_q pr + \log_q q} + \frac{1}{\log_p(qr) + \log_p p} + 1$$

$$E = \frac{1}{\log_r(pqr)} + \frac{1}{\log_q(pqr) + 1} + \frac{1}{\log_p(pqr)} + 1$$

Por propiedad de logaritmos:

$$E = \log_{pqr} r + \log_{pqr} q + \log_{pqr} p + 1$$

$$E = \log_{pqr}(pqr) + 1$$

$$E = 1 + 1 = 2$$

Rpta.: E**PROBLEMA 19:** Si las cuatro raíces de la ecuación $x^4 - 30x^2 + (m+1)^2 = 0$ están en progresión aritmética; halle la suma de los valores de m.

A) -2

B) -10

C) 8

D) 2

E) 18

Resolución:

$$x^4 - 30x^2 + (m+1)^2 = 0$$

Sean las raíces de la ecuación:

$$x_1 = -3\alpha; x_2 = -\alpha; x_3 = \alpha; x_4 = 3\alpha$$

$$\left. \begin{aligned} \bullet \alpha^2 + (3\alpha)^2 &= -\frac{b}{a} \\ \bullet \alpha^2 (3\alpha)^2 &= \frac{c}{a} \end{aligned} \right\} ax^4 + bx^2 + c = 0$$

$$\Rightarrow \text{Para la ecuación: } x^4 - 30x^2 + (m+1)^2 = 0$$

$$\alpha^2 + (3\alpha)^2 = 30 \wedge (\alpha^2)(3\alpha)^2 = (m+1)^2$$

$$\alpha^2 = 3 \wedge (m+1 = 3\alpha^2 \vee m+1 = -3\alpha^2)$$

$$m+1 = 9 \vee m+1 = -9$$

$$m = 8 \vee m = -10$$

$\therefore$ La suma de valores de m es -2

Rpta.: A

UNMSM - 2012 - II

PROBLEMA 20:

Determine el menor valor entero que puede asumir x si satisface simultáneamente las inecuaciones.

$$y - 3x - 2 < 0$$

$$y - x - 1 > 0$$

A) -2

B) -1

C) 1

D) 2

E) 0

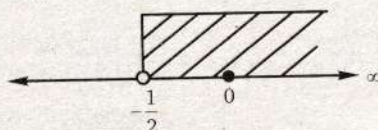
Resolución:

$$\begin{array}{l} y - 3x - 2 < 0 \\ y - x - 1 > 0 \end{array} \quad \downarrow \text{Restamos miembro a miembro}$$

$$-2x - 1 < 0$$

$$-2x < 1$$

$$x > -\frac{1}{2}$$



El menor valor entero que puede asumir x es 0

Rpta.: E

PROBLEMA 21: Si $x = \log_2(\log_4 \log_8 64)$, halle el valor de $3^{1+x} + 3^{1-x}$

A) 6

B) 7

C) 8

D) 10

E) 9

Resolución:

$$x = \log_2(\log_4(\log_8 64)) \dots$$

$$x = \log_2(\log_4 2)$$

$$x = \log_2 2 - 1$$

$$\therefore x = -1$$

Luego nos piden:

$$3^{1+x} + 3^{1-x} = 3^{1-1} + 3^{1-(-1)} = 3^0 + 3^2 = 1 + 9 = 10$$

Rpta.: D

PROBLEMA 22: Sean $x, y \in \mathbb{R}$. Si $F(x, y) = x^2 - y^2$, calcule $F(3, F(3, 4))$.

A) 40

B) -49

C) -46

D) -40

E) -45

Resolución:

De la regla de correspondencia

$$F(3; 4) = 3^2 - 4^2 = 9 - 16 = -7$$

Por tanto:

$$F(3; F(3; 4)) = F(3; -7) = 3^2 - (-7)^2 = 9 - 49 = -40$$

$$\therefore F(3; F(3; 4)) = -40$$

Rpta.: B

PROBLEMA 23: Al dividir $p(x)$ por $(2x-1)$ y $(x+1)$, se obtiene los residuos 6 y 3 respectivamente. Halle el residuo de dividir $p(x)$ por $(2x-1)(x+1)$

A) $3x+1$

B) $3x-5$

C) $2x-5$

D) $5x+2$

E) $2x+5$

Resolución:

De los datos:

$$p(x) \div (2x-1) \rightarrow R = 6, \text{ por T resto } P\left(\frac{1}{2}\right) = 6$$

$$p(x) \div (x+1) \rightarrow R = 3, \text{ por T resto } P(-1) = 3$$

Luego para hallar el residuo de:

$$p(x) \div (2x-1)(x+1)$$

emplearemos la identidad de la división:

$$p(x) \equiv (2x-1)(x+1)q(x) + ax + b$$

Siendo " $ax+b$ " el residuo a calcular.

Evaluando:

$$\text{para } x = -1: p(-1) = -a + b \Rightarrow \boxed{3 = -a + b}$$

$$\text{para } x = \frac{1}{2}: p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}a + b \Rightarrow \boxed{6 = \frac{1}{2}a + b}$$

De ambas

$$a = 2 \wedge b = 5$$

Rpta.: E

PROBLEMA 24: Si, x_0, y_0 y z_0 son tres números reales que satisfacen el sistema de ecuaciones.

$$2x + y + 3z = 5$$

$$3x + y + z = 0$$

$$x + 3y + 2z = 6$$

Halle el valor de

$$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$$

A) 4

B) 2

C) 6

D) 12

E) 8

Aplicando el método de Cramer:

$$x = \frac{\Delta x}{\Delta s}$$

$$y = \frac{\Delta y}{\Delta s}$$

$$z = \frac{\Delta z}{\Delta s}$$

donde:

Δs : Determinante del sistema

Δx : Determinante respecto a "x"

Δy : Determinante respecto a "y"

Δz : Determinante respecto a "z"

$$x = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{-17}{17} = -1$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 6 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{17}{17} = 1$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{17}{17} = 1$$

Luego de operar: $x_0 = -1, y_0 = 1, z_0 = 2$

$$\therefore X_0^2 + Y_0^2 + Z_0^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

Rpta.: C

PROBLEMA 25: Si: $M = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} + \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \log_{\sqrt[4]{2}} 2 + \dots \log_{\sqrt[20]{2}} 2$

Halle el valor de M

A) 231

B) 190

C) 222

D) 210

E) 215

Resolución:

$$M = \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2} + \log_{\sqrt{2}} 2 + \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \log_{\sqrt[4]{2}} 2 + \dots \log_{\sqrt[20]{2}} 2$$

$$M = 1 + \log_{2^{1/2}} 2 + \log_{2^{1/3}} 2 + \log_{2^{1/4}} 2 + \dots \log_{2^{1/20}} 2$$

$$M = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots 20$$

$$M = \frac{20(21)}{2} = 210$$

Rpta.: D

PROBLEMA 26:

Si la gráfica de la función real $f(x) = x^3 - x + b$ corta el eje X, en el único punto $(a, 0)$, indique las relaciones correctas que cumplen a y b.

A) $|a| < \frac{2\sqrt{3}}{3}, b = a(1 - a^2)$

B) $|a| > \frac{2\sqrt{3}}{3}, b = a(a^2 - 1)$

C) $|a| > \frac{2\sqrt{3}}{3}, b = a(1 - a^2)$

D) $|a| > \frac{9}{8}, b = a(1 - a^2)$

E) $|a| < \frac{9}{8}, b = a(a^2 - 1)$

Resolución:

Como "f" corta al eje "x" en $(a, 0)$, entonces:

i) $f(a) = 0 \longrightarrow a^3 - a + b = 0$

$\longrightarrow b = a - a^3$

$\longrightarrow b = a(1 - a^2)$

ii) $(x - a)$ es factor de: $f(x) = x^3 - x + b$

Por Ruffini:

$x=a$	1	0	-1	b	
		a	a^2	$a^3 - a$	
	1	a	$a^2 - 1$	0	

$\longrightarrow f(x) = (x - a)(x^2 + ax + a^2 - 1)$

"f" tiene 3 raíces:

1 real ($x=a$) y 2 imaginarias

Del factor $x^2 + ax + a^2 - 1$

$$\Delta < 0$$

$$\longrightarrow (a_2) - 4(1)(a^2 - 1) < 0$$

$$\longrightarrow a^2 > \frac{4}{3}$$

$$\longrightarrow |a| > \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{Luego: } |a| > \frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ y } b = a(1 - a^2)$$

Rpta.: C

PROBLEMA 27: Halle el valor solución de la inecuación: $\frac{|19x| - 4}{5} < 3$

A) $\langle -1, 1 \rangle$

B) $\langle -3, 3 \rangle$

C) $\left\langle -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle$

D) $\langle -1, 0 \rangle$

E) $\left\langle \frac{1}{2}, 1 \right\rangle$

Resolución:

Despejamos:

$$|19x| < 19$$

$$19 \cdot |x| < 19$$

$$|x| < 1$$

$$\therefore x \in \langle -1; 1 \rangle$$

Rpta.: A

PROBLEMA 28: Si:

$$\begin{cases} x^{3/4} + y^{1/4} = 30 \\ x^{3/4} - y^{1/4} = 24 \end{cases}$$

Halle el valor de $\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}$

A) 27/5

B) 80/9

C) 9/2

D) 82/3

E) 83/9

BOLETÍN DE ÁLGEBRA - 14

Resolución:

$$\begin{array}{r} x^{3/4} + y^{1/4} = 30 \\ x^{3/4} - y^{1/4} = 24 \\ \hline 2x^{3/4} = 54 \end{array} \quad \downarrow \begin{array}{l} \text{Sumando miembro} \\ \text{a miembro} \end{array}$$

$$x^{3/4} = 27 \longrightarrow x^{1/4} = 3 \quad \begin{array}{l} \text{elevamos al} \\ \text{cuadrado} \end{array}$$

donde: $\sqrt{x} = 9$. En lo pedido:

$$\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = 9 - \frac{1}{9} = \frac{80}{9}$$

Rpta.: B**PROBLEMA 29:** Si: $a > 0$ y $b > 0$, halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:

I. $a^4 b < ab^2$

II. $|ab^3| = -ab^3$

III. $\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

A) FVV

B) VVF

C) FVF

D) VVV

E) VFV

Resolución:

De los datos:

I. $b < 0 < a \longrightarrow b^3 < a^3$

Multiplicando por ab :

$$ab^4 > a^4 b$$

$$a^4 b < ab^4 \dots\dots\dots (V)$$

II. $|ab^3| = -a \cdot b^3 \dots\dots\dots (V)$

III. $\sqrt{ab^2} = \sqrt{a}\sqrt{b^2} = \sqrt{a}|b| = -b\sqrt{a} \dots\dots\dots (V)$

Rpta.: D**PROBLEMA 30:** Halle el producto de las soluciones de la ecuación $y^{(5+\log y)} = 10^{-6}$

A) 10^{-5}

B) 10^{-6}

C) 10^5

D) 10^6

E) 10^{-3}

Resolución:

Tomando logaritmos en cambios miembros:

$$\log y^{(5+10\log y)} = \log 10^{-6}$$

$$(5 \log y)(\log y) = -6$$

Factorizando:

$$(\log y)^2 + 5(\log y) + 6 = 0$$

$$\begin{array}{rcl} \log y & \times & 3 \\ \log y & \times & 2 \end{array}$$

$$\log y = -3 \vee \log y = -2$$

$$y_1 = 10^{-3} \vee y_2 = 10^{-2}$$

$$\therefore \text{Producto de soluciones} = y_1 \cdot y_2 = 10^{-5}$$

Rpta.: A**PROBLEMA 30:**Si n es un número entero positivo y

$$2^{\log_2 2^4} - 1 = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 2^n$$

halle el valor de $\log_{\frac{1}{4}} 4$

A) $-1/2$

B) 2

C) $-2/3$

D) -1

E) -2

Resolución:

$$2^{\log_2 2^4} - 1 = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 2^n$$

$$4 - 1 = \log_2 (2 \cdot 4 \cdot 8 \dots 2^n)$$

$$3 = \log_2 2^{(1+2+3+\dots+n)}$$

$$3 = \frac{n(n+1)}{2}$$

Resolviendo : $n = 2 (n > 0)$

$$\text{Piden : } \log_{\frac{1}{n}} 4 = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$$

Rpta.: E

- | | |
|----|---|
| 2 | El polinomio - Productos Notables |
| 3 | División Algebraica - Divisibilidad Algebraica |
| 4 | Factorización - Fracciones |
| 5 | Radicación - Racionalización |
| 6 | Potencia de un Binomio - Factorial de un Número -Combinatoria |
| 7 | Números Complejos |
| 8 | Ecuaciones |
| 9 | Desigualdades - Inecuaciones |
| 10 | Relaciones - Funciones |
| 11 | Función Exponencial - Logarítmación |
| 12 | Sucesiones - Series |
| 13 | Matrices - Determinantes |
| 14 | Sistema de Ecuaciones |
| 15 | Programación Lineal - Gráficas de Relaciones |

Teléfonos: 424 - 6350
992 - 796104

 / **fondoeditorialrodo**
editorialrodo@gmail.com



N°

TEMA

1

Leyes de Exponentes - Ecuaciones Exponenciales